Кировское областное государственное автономное образовательное учреждение дополнительного образования
«ЦЕНТР ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ОДАРЕННЫХ ШКОЛЬНИКОВ»

ФИЗИКА, 2017

ЗАДАНИЯ И РЕШЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ

в Кировскую Летнюю многопредметную школу
и на заочное отделение ЦДООШ
в 2017 году

Киров
2017

Печатается по решению учебно-методического совета
КОГАОУ ДО «Центр дополнительного образования одарённых школьников»

Задания и решения вступительной работы по физике в Кировскую Летнюю многопредметную школу и на заочное отделение ЦДООШ в 2017 году. – Киров: Изд-во ЦДООШ, 2017. – 12 с.

Задачи предложены:
Артемьев А.: 17
Василевская Л.: 19
Коханов К.: 2, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 20
Кузнецов А.: 4
Позолотина М.: 3, 6, 7
Сорокин А.: 1, 5, 10, 11, 16

Подписано в печать 23.05.2017
Формат 60×84 $^1/_{16}$. Бумага типографская. Усл. печ. л. 0,9
Тираж 200 экз.

ЗАДАНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ
на заочное отделение ЦДООШ и в ЛМШ-2017

1 (6)[1] *«Пружинный двигатель».* Если игрушечную машинку с пружинным двигателем, который представляет собой ленточную пружину, свёрнутую в спираль, отвести назад на некоторое расстояние, а затем отпустить, то она проезжает гораздо большее расстояние, нежели то, на которое была отведена. Объясните, почему.

2 (6) *«Пузыри».* Как известно, если неаккуратно открывать только что купленную бутылку с газированной водой, то содержимое бутылки может частично вылиться. Почему это происходит?

3 (6-8) *«Аккуратнее!».* Иногда, если аккуратно и медленно отрывать приклеенный к бумаге кусок скотча, его можно полностью отклеить, не повредив поверхность бумаги. В случае, если этот же скотч дёрнуть резко, верхний слой бумаги может быть повреждён. Объясните, почему так происходит.

Рис. 1

4 (6-8) *«Снежные холмы».* На фотографии (рис. 1) можно увидеть, что снег вдоль гаражной стены образует горку, вершина которой расположена на некотором расстоянии от стены. Объясните причины, которые могли привести к образовнию такой горки.

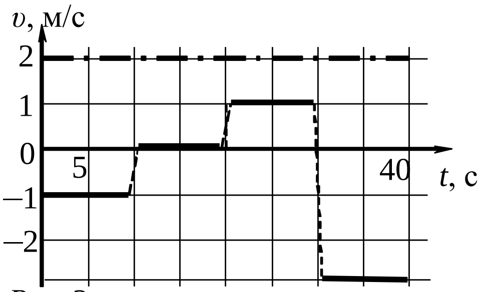

Рис. 2

5 (7-9) *«Погоня».* Три автомобиля двигаются по прямолинейному участку дороги в одном направлении. На рис. 2 сплошной линией показан график зависимости от времени величины $\upsilon_{12} = \upsilon_1 - \upsilon_2$, где υ_1 – численное значение скорости первого автомобиля, υ_2 – численное значение скорости второго; штрихпунктирной линией показана зависимость от времени величины $\upsilon_{23} = \upsilon_2 - \upsilon_3$, где υ_3 – численное значение скорости третьего автомобиля. Определите расстояние между первым и третьим автомобилями через 40 с после начала наблюдения, если известно, что в момент начала наблюдения (t = 0 с) второй автомобиль отставал от первого на расстояние 100 м, а третий отставал от второго на 200 м. Временем кратковременных разгонов и торможений автомобилей, показанных на графике пунктирными линиями, пренебречь.

Рис. 3

6 (7-9) *«Комод».* Комод имеет 3 выдвижных ящика. Толщина комода составляет L = 30 см, масса корпуса комода без ящиков равна M = 5 кг. Каждый выдвижной ящик, наполненный одеждой, имеет массу m = 6 кг. Определите, упадёт ли комод, если два нижних ящика будут выдвинуты на максимальную длину L. Считайте, что ножки комода опираются на пол точно под его углами.

7 (8-9) *«Парилка».* В бане для образования пара принято разбрызгивать воду на раскалённые камни. При этом необходимо сохранять высокую температуру камней как можно дольше.

а) Почему в этом случае «эффективнее» использовать горячую воду?

[1] В скобках указаны классы, для которых предназначено задание

б) Существуют правила выбора камней для парилки: их собирают на берегу реки после первого снега. На «нужных» камнях снег обычно быстро тает и на фоне заснеженной почвы они становятся заметными. О чём говорит это свойство камней? Почему выбирают именно эти камни?

8 (8-9) *«Соединение звездой».* Звезда, показанная на рис. 4, спаяна в вершинах из 5 одинаковых покрытых изоляцией, но зачищенных на концах, проводников сопротивлением R каждый. Определите сопротивление получившейся цепи между вершинами A и B. Каким станет сопротивление между этими точками, если двумя дополнительными проводниками с сопротивлениями R каждый соединить точку A с точкой B и точку E с точкой D?

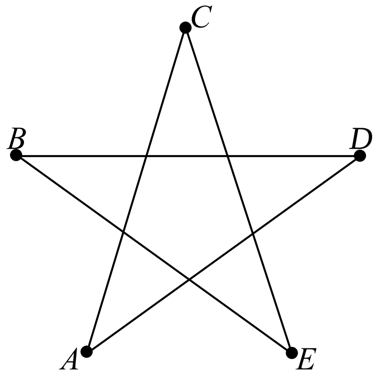

Рис. 4

9 (8-9) *«Начальная температура».* В теплоизолированном сосуде находится $m_1 = 0{,}5$ кг льда при температуре $t_1 = -10°C$. При добавлении в сосуд воды массой $m_2 = 0{,}5$ кг в нём установилась температура $t = 90°C$. Определите температуру t_2 и агрегатное состояние добавленной воды. Считать, что в сосуде поддерживается нормальное атмосферное давление, а вода принимает характерные для соответствующих температур агрегатные состояния. Теплоёмкостью калориметра пренебречь. Необходимые данные о свойствах воды возьмите из справочников.

10 (8-10) *«Всплытие».* Неоднородный по плотности цилиндрический стержень поставили вертикально более плотным основанием на шероховатое дно цилиндрического сосуда. График зависимости плотности стержня от его длины представлен на рис. 5. Сосуд начали медленно и равномерно наполнять водой так, что ежеминутно в него поступало $V = 2$ л. Определите, спустя какое время стержень оторвётся от поверхности дна. Какая масса стержня к этому моменту будет погружена в воду?

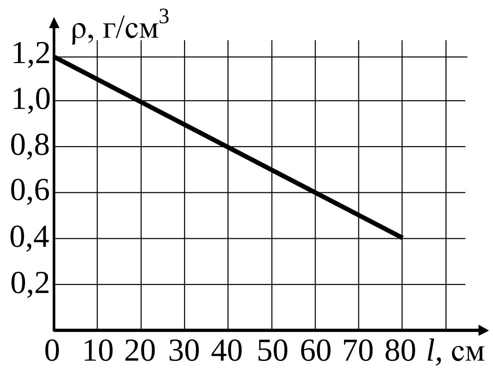

Рис. 5

Площадь поперечного сечения сосуда равна $S = 100$ см^2, площадь поперечного сечения стержня $s = 10$ см^2. В ходе эксперимента вода через край сосуда не выливается.

11 (8-10) *«ШУНТ».* Если к амперметру параллельно присоединить один шунт, то предел измерения прибора увеличится в 2 раза. Если параллельно амперметру присоединить другой шунт, то предел измерения амперметра увеличится в 3 раза. Во сколько раз увеличится предел измерения амперметра, если оба шунта соединить между собой последовательно, а затем подключить параллельно к амперметру?


Рис. 6

12 (9-10) *«Держись, соломинка!».* Если пластиковую трубочку, заткнув с одной стороны пальцем, погрузить другим концом в сосуд с водой, а затем, убрав палец, отпустить, то трубочка может устойчиво балансировать в вертикальном положении, пока она заполняется жидкостью (см. рис. 6, видео на странице: https://youtu.be/Ds3hHoIj3C0). Объясните причину эффекта.

13 (9-10) *«Довесок».* Груз массой m прикрепили к нижнему концу недеформированной пружины жёсткостью k и отпустили. Какова амплитуда колебаний груза? Какой станет амплитуда колебаний, если на груз, оказавшийся в верхней точке колебаний, прикрепить без толчка груз такой же массы? Какой станет амплитуда колебаний системы, если массу груза увеличить в два раза не в верхней, а в нижней точке траектории?

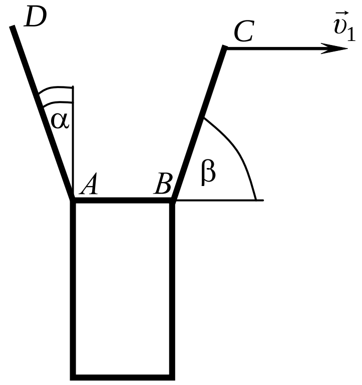

Рис. 7

14 (9-10) *«В движении».* К прямоугольной плавучей платформе прикреплены жёсткие металлические стержни AD и BC, за которые производится её буксировка (рис. 7). В некоторый момент оказалось, что скорость т. C была равна υ_1 и направлена параллельно стороне AB платформы, а скорость т. D – перпендикулярно стержню AD. Определите скорость υ_2 т. D, если величины AB, AD, BC, α, β и υ_1 известны.

15 (9-10) *«Две в одной».* Собирающую и рассеивающую линзы $Л_1$ и $Л_2$ с фокусными расстояниями F_1 и F_2 соответственно разрезали точно напополам, а затем склеили так, как показано на рис. 8. Перечертите рисунок в работу и постройте изображения светящейся точки S в данной оптической системе, учитывая, что оптические оси обеих линз находятся в плоскости рисунка.

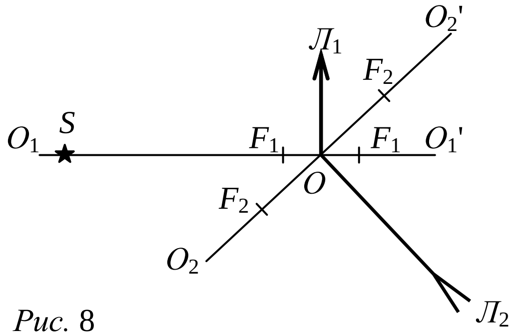

Рис. 8

16 (10) *«С моторчиком».* На равнинной местности с высоты h = 80 м с интервалом t_1 = 2 с запустили горизонтально два тела с одинаковой начальной скоростью υ_0 = 20 м/с. Определите расстояние между телами через t_2 = 3 с после броска второго тела, если известно, что второму телу с помощью двигателя сообщалось дополнительное к вертикальному ускорению g = 10 м/с^2 постоянное горизонтальное ускорение, также равное 10 м/с^2. Считать, что при падении тел на поверхность земли их движение прекращается.

17 (10) *«На шарнирах».* Система из трёх одинаковых шариков на подвесах находится в неустойчивом равновесии (рис. 9). В некоторый момент времени шарику 1 сообщают очень лёгкий толчок, в результате которого система выходит из равновесия. Считая удары шариков абсолютно упругими, найдите скорость третьего шарика сразу после удара о него второго шарика.

Радиус каждого шарика равен r, расстояние от шарнира до центра шарика равно a, расстояние по горизонтали между соседними шарнирами 1 и 2 составляет l.

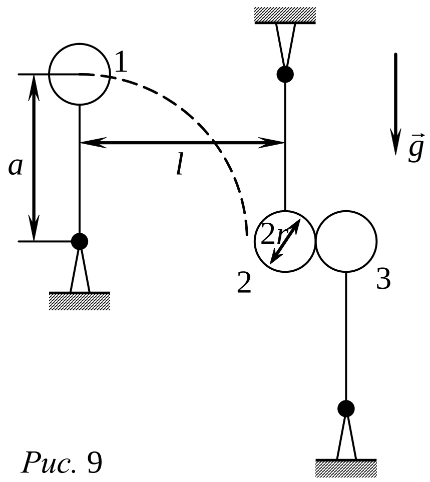

Рис. 9

18 (10) *«Обручи и нити»*. На тонкие и гладкие обручи с радиусами R надевают связанные концами куски лёгкой нити, к которым подвешивают одинаковые грузы массой m. На первом обруче груз подвешивают к ближней к нам стороне нити (рис. 10), а на втором – к обеим нитям сразу (рис. 11). Определите для каждого случая равновесия грузов хотя бы одну возможную длину нити и силу её натяжения.

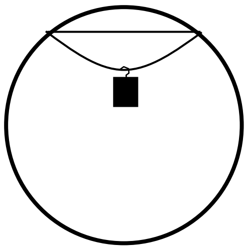

Рис. 10

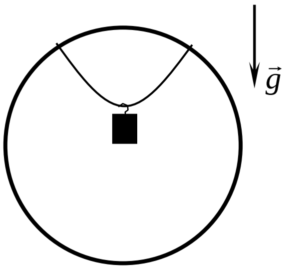

Рис. 11

19 (10) *«КПД двигателя»*. Некий двигатель внутреннего сгорания работает в соответствии с циклом, примерная (теоретическая) диаграмма которого изображена на рис. 12. Процесс 1-2 – сжатие горючей смеси (адиабата), 2-3 сгорание (изохора), 3-4 – рабочий ход (адиабата), 4-1 – открывание выпускного клапана и связанное с этим падение давления (изохора), 0-1 и 1-0 – засасывание рабочей смеси и выпуск отработанных газов соответственно. Вычислите КПД двигателя, зная, что $V_1/V_2 = 4$, при адиабатическом процессе $TV^{k-1} = \text{const}$, где для горючей смеси и продуктов сгорания $k = 1{,}3$.

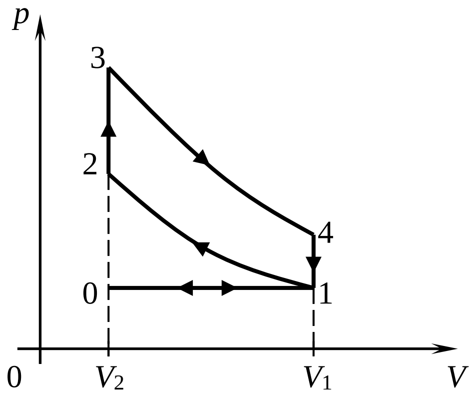

Рис. 12

20 (10) *«Зарядка конденсатора»*. Удалённый полый проводящий шар радиуса R заряжен до потенциала φ (рис. 13). С помощью длинного проводника к нему присоединяют проводящий шарик радиуса r, который затем вносят внутрь полого шара радиуса, соединённого через конденсатор ёмкостью C с землёй. Определите напряжение на конденсаторе после трёх переносов заряда. Взаимным влиянием заряженных объектов пренебречь; маленький шарик удерживается с помощью диэлектрической ручки.

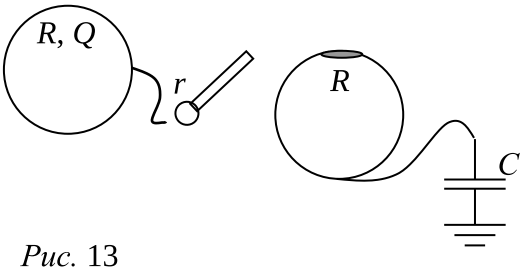

Рис. 13

РЕШЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1 (6)[2] *«Пружинный двигатель»*. Когда колёса машинки вращают назад, происходит сжатие пружинки и запасание энергии.

После отпускания, пружинка разжимается, разгоняя машинку. Когда пружинка отдаст всю запасённую энергию, движение продолжится по инерции.

2 (6) *«Пузыри»*. В газированной воде содержится растворённый углекислый газ, который не может выйти из жидкости из-за высокого давления газа под плотно закрытой крышкой. После открывания бутыли давление над напитком понижается и растворённый газ интенсивно выходит из жидкости. Чем быстрее была открыта крышка, тем быстрее выходит растворённый газ, увлекая за собой большее количество жидкости.

3 (6-8) *«Аккуратнее!»*. Скотч удерживается на поверхности бумаги благодаря взаимодействию молекул его липкого слоя и бумаги. Липкий слой скотча является пластическим веществом и при медленном отсоединении скотча деформируется, вытягивается. При медленном растягивании вещества оно либо разрывается в самом тонком месте, либо постепенно отсоединяется от бумаги.

В случае резкого рывка клейкое вещество не успевает ни деформироваться и разорваться, ни отсоединиться от бумаги, отчего разрыв между молекулами происходит в том числе и в слое бумаги.

4 (6-8) *«Снежные холмы»*. Возникновение холмов обусловлено несколькими причинами. Одна из основных – нагревание в солнечные дни снега от стен и его плавление.

5 (7-9) *«Погоня»*. Для решения задачи найдём скорость первого автомобиля относительно третьего $\upsilon_{13} = \upsilon_1 - \upsilon_3 = \upsilon_{12} + \upsilon_{23}$ на всех отрезках времени. В течение первых 10 с скорость первого автомобиля превосходила скорость третьего на 2 м/с + (–1 м/с) = 1 м/с. Поэтому за первые 10 с первый автомобиль увеличил отставание от него третьего на 10 м, за следующие 10 с – на 20 м, за следующие 10 с – на 30 м, а за последние 10 с уменьшил отставание от него третьего на 10 м. Значит, конечное расстояние между первым и третьим автомобилем оказалось равным 300 м + 10 м + 20 м + 30 м – 10 м = 350 м.

6 (7-9) *«Комод»*. На рис. 14 изображена ситуация после того, как были выдвинуты два нижних ящика. Запишем условие равновесия относительно точки O: $(M+m)g\frac{L}{2} \geq 2mg\frac{L}{2}$. Так как в нашем случае $M + m < 2m$, то комод упадёт.

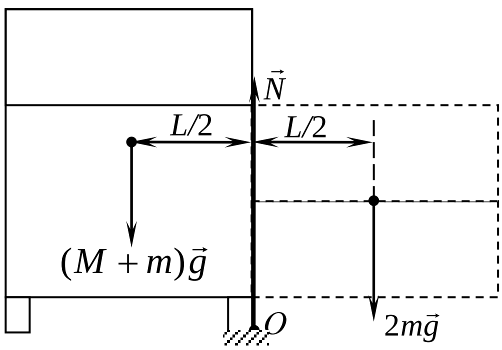

Рис. 14

7 (8-9) *«Парилка»*. А) Вода обладает большой теплоёмкостью и для её нагревания до температуры кипения требуется большое количество теплоты. Поэтому при использовании холодной воды заметная часть внутренней энергии камней должна быть израсходована на её нагревание, и камни остынут быстрее, чем в случае использования горячей водой.

Б) Снег тает быстрее на тех камнях, которые по сравнению с остальными камнями отдали снегу бóльшее количество теплоты. В свою очередь это означает, что такие

---
[2] В скобках указаны классы, для которых предназначено задание

камни обладают бо́льшей теплоёмкостью, в бане они будут дольше сохранять тепло, значит, пользоваться баней с такими камнями можно будет дольше.

8 (8-9) *«Соединение звездой»*. Эквивалентные схемы указанных соединений показаны на рис. 15 а) и 15 б).

В первом случае общее сопротивление электрической цепи $R_{общ1} = \dfrac{2R \cdot 3R}{5R} = 1{,}2R$.

Для расчёта сопротивления во втором случае пронумеруем резисторы, введём токи. Сопротивление верхней части цепи можно найти из закона Ома: $R_{2-7} = \dfrac{U_{AB}}{I_1 + I_2}$ (1), где, например, $U_{AB} = I_1 R_2 + (I_1 + \Delta I) R_3 = R(2I_1 + \Delta I)$ (2). Из правила Кирхгофа для контура с резисторами под номерами 2, 4, 5: $I_1 = I_2 + \Delta I$ (3), а для контура с резисторами 3, 5, 6, 7: $2I_2 - 2\Delta I = I_1 + \Delta I + \Delta I$ (4). Из формулы (4) $I_2 = I_1/2 + 2\Delta I$ (5). Подставляя выражение (5) в формулу (3), получим: $\Delta I = I_1/6$ (6), а с учётом (3) $I_2 = I_1 - \Delta I = 5I_1/6$ (7).

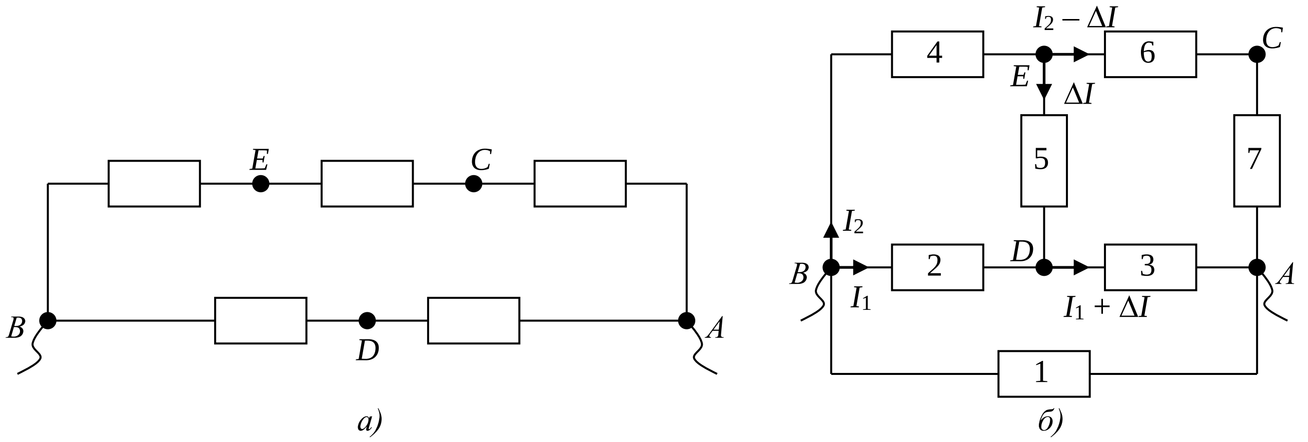

Рис. 15

Итак, $R_{2-7} = \dfrac{U_{AB}}{I_1 + I_2} = \dfrac{R(2I_1 + \Delta I)}{I_1 + I_2} = R\dfrac{2I_1 + I_1/6}{I_1 + 5I_1/6} = \dfrac{13}{11}R$. Тогда полное сопротивление цепи $R_{общ2} = \dfrac{R_1 \cdot R_{2-7}}{R_1 + R_{2-7}} = \dfrac{13}{24}R = 0{,}54R.$

9 (8-9) *«Начальная температура»*. В начале вода находится в сосуде в кристаллическом состоянии. Для её нагревания до температуры t необходимо количество теплоты $Q_1 = m_1(\lambda + c_л(-t_1) + c_в t)$, численно $Q = 0{,}5(3{,}35 \cdot 10^5 + 2{,}1 \cdot 10^3 \cdot 10 + 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 90) = 3{,}67 \cdot 10^5$ (Дж). Простые расчёты показывают, что горячая вода должна находиться частично в газообразном состоянии, а частично в жидком при температуре t_2 = 100°C: при охлаждении до температуры t кипяток массой m_2 отдаёт количество теплоты $Q_2 = m_2 c_в (t_2 - t) = 0{,}21 \cdot 10^5$ (Дж), оставшееся количество теплоты $\Delta Q = 3{,}46 \cdot 10^5$ Дж выделяется при конденсации водяного пара массой $m_2' = \dfrac{\Delta Q}{L} = \dfrac{3{,}46 \cdot 10^5}{2{,}3 \cdot 10^6} = 0{,}15$ (кг).

10 (8-10) *«Всплытие»*. Стержень оторвётся ото дна при условии, что $mg = \rho_в g V_n$, где $m = \frac{(\rho_{max} + \rho_{min})}{2} sl$ – масса стержня, $V_n = sl_n$ – объём погружённой части стержня. Отсюда длина погружённой части стержня равна $l_n = \frac{(\rho_{max} + \rho_{min})}{2\rho_в} l$, численно $l_n = \frac{(1{,}2 + 0{,}4)}{2 \cdot 1} \cdot 80\,(\text{см}) = 64$ (см).

Масса стержня длиной l_n составляет $m_n = \frac{(\rho_{max} + \rho_n)}{2} sl_n$, где ρ_n – значение плотности стержня на расстоянии l_n от основания. Зависимость плотности стержня от его длины может быть выражена функцией ρ = 1,2 – 0,01l (г/см^3) (где l взято в см). Тогда на расстоянии l_n = 64 см от основания плотность стержня составляет ρ_n = 1,2 – 0,01 · 64 = 0,56 (г/см^3), а масса погруженной части $m_n = \frac{(1{,}2\,\text{г/см}^3 + 0{,}56\,\text{г/см}^3)}{2} 10\,\text{см}^2 \cdot 64\,\text{см} = 563\,\text{г}$. Стержень оторвётся от поверхности дна спустя время $t = \frac{(S-s) l_n t_0}{V}$, где t_0 = 1 мин = 60 с; численно $t = \frac{(100\,\text{см}^2 - 10\,\text{см}^2) \cdot 64\,\text{см} \cdot 60\,\text{с}}{2000\,\text{см}^3} = 173\,\text{с}$.

11 (8-10) *«ШУНТ»*. Максимальное напряжение на амперметре не может превышать величины $I_a R_a$. Исходя из этого условия, запишем закон Ома для участка цепи для трёх схем: 1) $I_{01}\left(\frac{R_1 R_a}{R_1 + R_a}\right) = I_a R_a$, где $I_{01} / I_a = a = 2$; 2) $I_{02}\left(\frac{R_2 R_a}{R_2 + R_a}\right) = I_a R_a$, где $I_{02} / I_a = b = 3$; 3) $I_{03}\left(\frac{R_a(R_1 + R_2)}{R_1 + R_a + R_2}\right) = I_a R_a$, где $I_{03} / I_a = c$. Решая совместно систему из трёх уравнений, получим $c = \frac{a \cdot b - 1}{a + b - 2} = \frac{5}{3}$.

12 (9-10) *«Держись, соломинка!»*. Пока жидкость затекает в трубочку, у основания возникает стремительный поток воды, который, согласно закону Бернулли, втягивает трубочку. В результате этого трубочка достаточно устойчиво балансирует в течение всего времени поступления в неё воды. (Отметим, что трубочка не сможет балансировать, если её основание будет срезано под некоторым углом к оси трубочки.)

13 (9-10) *«Довесок»*. Как следует из закона сохранения энергии, амплитуда колебаний одного груза на пружине составляет mg/k; в первом случае амплитуда равна $2mg/k$, во втором – нулю.

14 (9-10) *«В движении»*. Построив отрезки DO и CO, перпендикулярные скоростям $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ (рис. 16), находим

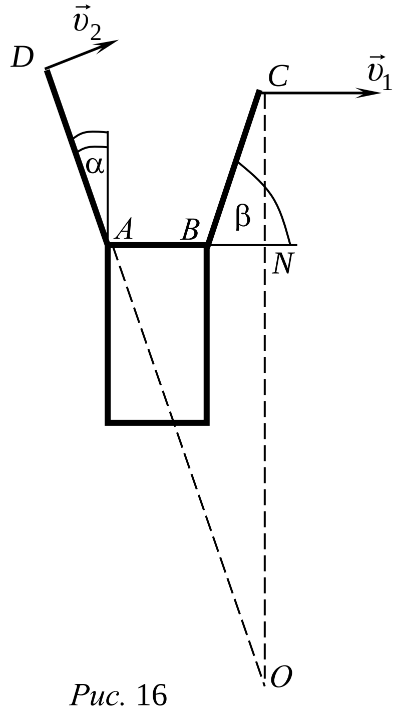

Рис. 16

мгновенный центр вращения платформы. Угловая скорость вращения платформы равна $\omega = \dfrac{\upsilon_1}{OC}$, где $OC = BC\sin\beta + ON = BC\sin\beta + \dfrac{AB + BC\cos\beta}{\mathrm{tg}\alpha}$.

Скорость платформы в точке D равна $\upsilon_2 = OD\cdot\omega$, где $OD = OA + AD = \dfrac{ON}{\cos\alpha} + AD = \dfrac{AB + BC\cos\beta}{\sin\alpha} + AD$, то

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{AD + \dfrac{AB + BC\cos\beta}{\sin\alpha}}{BC\sin\beta + \dfrac{AB + BC\cos\beta}{\mathrm{tg}\alpha}} = \frac{AB + AD\sin\alpha + BC\cos\alpha}{AB\cos\alpha + BC\cos(\beta-\alpha)}.$$

15 (9-10) *«Две в одной»*. На рис. 17 а) показано изображение источника света S в линзе $Л_1$. Как видно из рисунка, преломлённый луч, прошедший через край линзы $Л_1$, после преломления луч попадёт в линзу $Л_2$, поэтому от действительного изображения S_1 в линзе $Л_2$ может быть получено мнимое изображение S_2 (рис. 17 б).

На рис. 17 в) показано образование мнимого изображения S_3 от источника S в рассеивающей линзе $Л_2$.

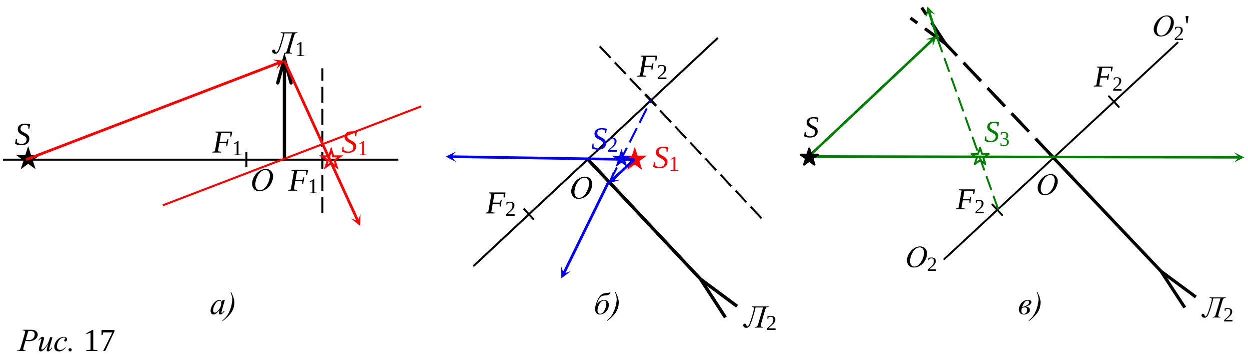

Рис. 17

16 (10) *«С моторчиком»*. В решении достаточно было рассмотреть следующий случай движения тел. Первое тело упадёт на землю спустя время $t_{01} = \sqrt{2h/g} = 4$ с после старта, а значит через 3 с после броска второго тела первое уже будет лежать на земле на расстоянии $l_1 = \upsilon_0 t_{01} = 80$ м от точки старта. Координаты первого тела в системе отсчёта, связанной с точкой старта, таковы: (80, –80).

Второе тело за $t_2 = 3$ с сместится по вертикали на $h_2 = gt^2/2 = 45$ м, а по горизонтали на $l_2 = \upsilon_0 t_2 + at_2^2/2 = 105$ м. Координаты второго тела в системе отсчёта, связанной с точкой старта: (105, –35).

Искомое расстояние между телами $S = \sqrt{(105-80)^2 + (-45+80)^2} = 43$ (м).

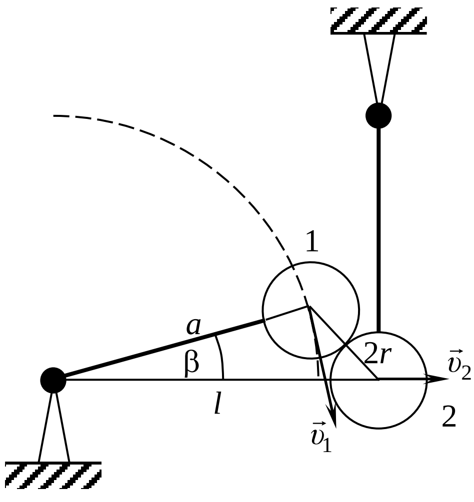

Рис. 18

17 (10) *«На шарнирах»*. Непосредственно перед ударом первый шарик находился на высоте $h = a\sin\beta$ (1) (см. рис. 18), где из теоремы косинусов $\cos\beta = (a^2 + l^2 - 4r^2)/(2al)$ (2). Из закона сохранения энергии получаем, что скорость первого шарика перед столкновением со вторым равна $\upsilon_1 = \sqrt{2ga(1-\sin\beta)}$ (3).

Определим скорость второго шарика после удара. Из закона сохранения импульса $\upsilon_1\sin\beta = \upsilon_1'\sin\beta + \upsilon_2$ (4), а из закона сохранения энергии $\upsilon_1^2 = \upsilon_1'^2 + \upsilon_2^2$ (5), где υ_1' – скорость первого шарика сразу после удара. Решая совместно уравнения (3), (4) и (5), получим, что $\upsilon_2 = \dfrac{2\upsilon_1\sin\beta}{1+\sin^2\beta} = \dfrac{2\sqrt{2ga(1-\sin\beta)}\sin\beta}{1+\sin^2\beta}$ (6), где $\sin\beta = \sqrt{1-\dfrac{\left(a^2+l^2-4r^2\right)^2}{4a^2l^2}}$. Из закона сохранения энергии и импульса следует, что точно такую же скорость получит после удара и третий шарик.

18 (10) *«Обручи и нити»*. Поскольку сила трения между обручами и нитями отсутствует (обручи очень гладкие), то нити могут занимать положения, показанные на рис. 19 а) и 19 б), где в первом случае длина нити при угле $\alpha = 30°$ равна $L_1 = 3\cdot(2R\cdot\cos\alpha) = 6R\cdot\cos 30° = 3\sqrt{3}R$. Во втором случае длина равна $L_2 = 2\cdot 2R = 4R$, причём это значение единственно возможное.

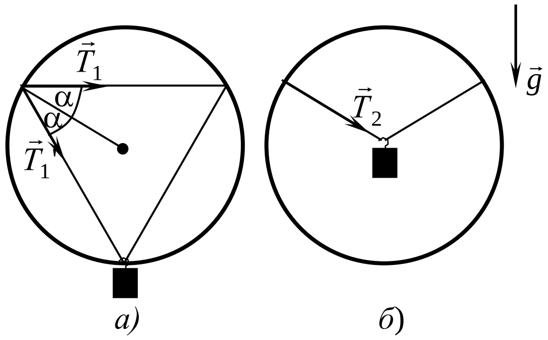

Рис. 19

Из условия равновесия грузов сила натяжения в первом случае составляет $T_1 = \dfrac{mg}{2\cos\alpha} = \dfrac{mg}{2\cos 30°} = \dfrac{mg}{\sqrt{3}}$. Во втором случае сила натяжения T_2 может меняться от $mg/4$ (при вертикальном расположении нитей) до бесконечно большой величины (при почти горизонтальном расположении нитей).

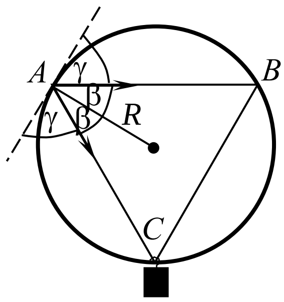

Рис. 20

Отметим, что для первого случая можно составить зависимости, позволяющие рассчитать все возможные длины нити и соответствующие им силы натяжения. Зависимость длины нити L от угла γ между нитью и касательной к обручу в т. A (рис. 20) такова: $L(\gamma) = AB + 2BC = AB\left(1 + 2\dfrac{1/2}{\cos(180° - 2\gamma)}\right) = 2R\sin\gamma\left(1 - \dfrac{1}{\cos(2\gamma)}\right)$, а зависимость силы натяжения от этого же угла: $T_1(\gamma) = \dfrac{mg}{2\sin(2\gamma)}$.

19 (10) *«КПД двигателя»*. КПД двигателя равен $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$ (1), где A – работа двигателя за цикл, Q_1 – подведённое к газу количество теплоты. Здесь $A = A_{34} - A_{21}$, а с учётом первого начала термодинамики и того, что процессы 1-2 и 3-4 адиабатные, $A = -\Delta U_{34} + \Delta U_{21} = C_V\nu(T_3 - T_4 + T_1 - T_2)$ (2); $Q_1 = Q_{23} = C_V\nu(T_3 - T_2)$ (3). Подставляя (2) и (3) в формулу (1), получим: $\eta = \dfrac{T_3 - T_4 + T_1 - T_2}{T_3 - T_2} = 1 - \dfrac{T_1 - T_4}{T_2 - T_3}$ (4).

По условию, $\dfrac{T_4}{T_3} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{k-1}$, $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{k-1}$, откуда $T_2 = T_1\dfrac{T_3}{T_4} = T_1\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$ (5), $T_3 = T_4\dfrac{T_2}{T_1} = T_4\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$ (6).

Подставляя выражения (5) и (6) в формулу (4), получим: $\eta = 1 - \dfrac{1}{(V_1/V_2)^{k-1}} = 1 - \dfrac{1}{4^{0,3}} = 0,34.$

20 (10) *«Зарядка конденсатора»*. При первом соединении шарика с заряженным шаром, на шарик перетечёт такой заряд q_1, что потенциалы шара и шарика выровняются: $k\dfrac{(Q-q_1)}{R} = k\dfrac{q_1}{r}$, откуда $q_1 = \dfrac{r}{R+r}Q$. На шаре с проводником останется заряд $Q_1 = Q - q_1 = \dfrac{R}{R+r}Q$.

1) Рассмотрим случай, когда при внесения маленького шарика внутрь полого их каждый раз приводят в соприкосновение. В этом случае с маленького шарика заряд q_1 будет полностью перетекать на поверхность полого шара; маленький шарик разрядится. Значит, при первом соприкосновении на полый шар будет передан заряд $q_1 = \dfrac{r}{R+r}Q$.

При повторении процедуры на второй шар будет передан дополнительный заряд $q_2 = \dfrac{r}{R+r}Q_1 = \dfrac{rR}{(R+r)^2}Q$, на первом шаре останется заряд $Q_2 = Q_1 - q_2 = Q\left(\dfrac{R}{R+r} - \dfrac{rR}{(R+r)^2}\right) = Q\dfrac{R^2}{(R+r)^2}$. В третий раз $q_3 = \dfrac{r}{R+r}Q_2 = \dfrac{rR^2}{(R+r)^3}Q$, $Q_3 = Q\dfrac{R^3}{(R+r)^3}$. Очевидно, что суммарный перенесённый заряд будет равен $q = q_1 + q_2 + q_3$ или $q = Q - Q_3 = Q\left(1 - \dfrac{R^3}{(R+r)^3}\right)$.

Пусть после перераспределения зарядов между шаром с полостью и конденсатором разность потенциалов между этим шаром и землёй равна φ (потенциал земли принимаем равным нулю). Тогда φ = U, где U – напряжение на конденсаторе, то есть $k\dfrac{q_ш}{R} = \dfrac{q - q_ш}{C}$, где $q_ш$ – заряд, оставшийся на шаре. Отсюда, $q_ш = \dfrac{Rq}{kC+R} = Q\dfrac{R}{kC+R}\left(1 - \dfrac{R^3}{(R+r)^3}\right)$, $U = \dfrac{kq_ш}{R} = \dfrac{kQ}{kC+R}\left(1 - \dfrac{R^3}{(R+r)^3}\right)$.

2) В случае, когда заряженный маленький шарик не будет касаться полого, заряды на нём и первоначально заряженном шаре после первого соприкосновения меняться не будут.

Если измерять напряжения на конденсаторе когда маленький шарик находится внутри полого, то при равенстве потенциалов полого шара и верхней пластины конденсатора $k\dfrac{q'_ш}{R} + k\dfrac{q_1}{R} = \dfrac{-q'_ш}{C}$ заряд шара будет равен $q'_ш = -\dfrac{kQrC}{(R+r)(kC+R)}$, а напряжение на конденсаторе $U' = \dfrac{-q'_ш}{C} = \dfrac{kQ}{(kC+R)} \cdot \dfrac{r}{R+r}$.

Когда шарик будет аккуратно убран из полого и удалён на большое расстояние, напряжение на конденсаторе станет равным нулю.