

## Подсчет двумя способами

9 июля

1. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько и кошек.
2. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
3. Может ли в итоговой таблице однокругового шахматного турнира для каждого участника сумма очков тех, у кого он выиграл, быть **(а)** больше; **(б)** меньше суммы очков тех, кому он проиграл?
4. В игре «Сапёр» в некоторых клетках таблицы  $24 \times 24$  расположены мины (не более одной в клетке). Число в каждой клетке таблицы, в которой нет мины, показывает количество соседних с ней (по стороне или по углу) мин. Билл Гейтс и Пол Аллен раздобыли себе по такой таблице, причем мины у первого ровно в тех клетках, которые без мин у второго. Докажите, что суммы чисел в их таблицах одинаковы.
5. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)
6. Назовем человека малообщительным, если у него менее 10 знакомых. Назовем человека чудачком, если все его знакомые малообщительны. Докажите, что количество чудачков не больше количества малообщительных.
7. У каждого из жителей уездного города  $N$  знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идет на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно провести выборы мэра города  $N$  из двух кандидатов так, что в них примет участие не менее половины жителей.
8. В наборе 2019 чисел, а если каждое число из него заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что там есть 0.

## Подсчет двумя способами

9 июля

1. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько и кошек.
2. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
3. Может ли в итоговой таблице однокругового шахматного турнира для каждого участника сумма очков тех, у кого он выиграл, быть **(а)** больше; **(б)** меньше суммы очков тех, кому он проиграл?
4. В игре «Сапёр» в некоторых клетках таблицы  $24 \times 24$  расположены мины (не более одной в клетке). Число в каждой клетке таблицы, в которой нет мины, показывает количество соседних с ней (по стороне или по углу) мин. Билл Гейтс и Пол Аллен раздобыли себе по такой таблице, причем мины у первого ровно в тех клетках, которые без мин у второго. Докажите, что суммы чисел в их таблицах одинаковы.
5. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)
6. Назовем человека малообщительным, если у него менее 10 знакомых. Назовем человека чудачком, если все его знакомые малообщительны. Докажите, что количество чудачков не больше количества малообщительных.
7. У каждого из жителей уездного города  $N$  знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идет на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно провести выборы мэра города  $N$  из двух кандидатов так, что в них примет участие не менее половины жителей.
8. В наборе 2019 чисел, а если каждое число из него заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что там есть 0.