

Игры

1. В углу шахматной доски размером $m \times n$ полей стоит ладья. Двое по очереди передвигают её по вертикали или по горизонтали на любое число полей; при этом запрещается вставать на поле или проходить через поле, на котором ладья уже бывала (или через которое проходила). Проигрывает тот, кто не может походить. Кто из играющих может обеспечить себе победу, и как ему для этого играть?

2. В военной игре две армии захватывают страну. Они по очереди своим ходом занимают один из свободных городов: первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим захватываемый город должен быть соединён дорогой с уже захваченным. Если таких городов нет, армия прекращает боевые действия (другая армия может продолжать действовать). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, гарантированно сможет захватить более половины всех городов?

3. Миша и Илья ходят по очереди на доске 8×7 , каждый своей ладьей; начинает Миша. Вначале ладьи стоят в противоположных углах, а все остальные поля заполнены пешками. Каждым ходом ладья должна что-нибудь съесть — пешку или ладью противника (ладьи через занятые поля не перепрыгивают). Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто из игроков может выиграть как бы ни играл соперник?

4. Двое называют числа, не превосходящие $1000!$. Нельзя называть делители одного из названных ранее чисел. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Из спичек сложен клетчатый квадрат 9×9 , сторона каждой клетки — одна спичка. Петя и Вася по очереди убирают по спичке, начинает Петя. Выиграет тот, после чьего хода не останется целых квадратиков 1×1 . Кто может действовать так, чтобы обеспечить себе победу, как бы ни играл его соперник?

6. Миша и Илья играют в игру. На столе по кругу лежит 100 фишек чёрной стороной вверх. Другая сторона у всех фишек белая. Мальчики ходят по очереди, начинает Миша. За один ход он может выбрать 3 фишки, лежащие подряд, и перевернуть какие-нибудь из них. Илья своим ходом может перевернуть любую фишку. Миша выиграет, если в какой-то момент хотя бы 70 фишек будут лежать белой стороной вверх. Может ли Илья помешать Пете это сделать?

7. Дана клетчатая полоса $1 \times N$. Двое играют в следующую игру. На очередном ходу первый игрок ставит в одну из свободных клеток крестик, а второй — нолик. Не разрешается ставить в соседние клетки два крестика или два нолика. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выиграть (как бы ни играл его соперник)?

8. Двое игроков по очереди ставят на шахматную доску шахматных королей. Один — белых, другой — чёрных. Проигрывает тот, кто поставил своего короля под бой соперника. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

9. Есть пять кучек по пять камней. Двое играют в игру, за ход разрешается брать любое количество камней из любой кучки. Проигрывает взявший последний камень. Кто выиграет при правильной игре?

Игры

1. В углу шахматной доски размером $m \times n$ полей стоит ладья. Двое по очереди передвигают её по вертикали или по горизонтали на любое число полей; при этом запрещается вставать на поле или проходить через поле, на котором ладья уже бывала (или через которое проходила). Проигрывает тот, кто не может походить. Кто из играющих может обеспечить себе победу, и как ему для этого играть?

2. В военной игре две армии захватывают страну. Они по очереди своим ходом занимают один из свободных городов: первый свой город армия захватывает с воздуха, а каждым следующим захватываемый город должен быть соединён дорогой с уже захваченным. Если таких городов нет, армия прекращает боевые действия (другая армия может продолжать действовать). Найдётся ли такая схема городов и дорог, что армия, ходящая второй, гарантированно сможет захватить более половины всех городов?

3. Миша и Илья ходят по очереди на доске 8×7 , каждый своей ладьей; начинает Миша. Вначале ладьи стоят в противоположных углах, а все остальные поля заполнены пешками. Каждым ходом ладья должна что-нибудь съесть — пешку или ладью противника (ладьи через занятые поля не перепрыгивают). Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто из игроков может выиграть как бы ни играл соперник?

4. Двое называют числа, не превосходящие $1000!$. Нельзя называть делители одного из названных ранее чисел. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Из спичек сложен клетчатый квадрат 9×9 , сторона каждой клетки — одна спичка. Петя и Вася по очереди убирают по спичке, начинает Петя. Выиграет тот, после чьего хода не останется целых квадратиков 1×1 . Кто может действовать так, чтобы обеспечить себе победу, как бы ни играл его соперник?

6. Миша и Илья играют в игру. На столе по кругу лежит 100 фишек чёрной стороной вверх. Другая сторона у всех фишек белая. Мальчики ходят по очереди, начинает Миша. За один ход он может выбрать 3 фишки, лежащие подряд, и перевернуть какие-нибудь из них. Илья своим ходом может перевернуть любую фишку. Миша выиграет, если в какой-то момент хотя бы 70 фишек будут лежать белой стороной вверх. Может ли Илья помешать Пете это сделать?

7. Дана клетчатая полоса $1 \times N$. Двое играют в следующую игру. На очередном ходу первый игрок ставит в одну из свободных клеток крестик, а второй — нолик. Не разрешается ставить в соседние клетки два крестика или два нолика. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может всегда выиграть (как бы ни играл его соперник)?

8. Двое игроков по очереди ставят на шахматную доску шахматных королей. Один — белых, другой — чёрных. Проигрывает тот, кто поставил своего короля под бой соперника. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

9. Есть пять кучек по пять камней. Двое играют в игру, за ход разрешается брать любое количество камней из любой кучки. Проигрывает взявший последний камень. Кто выиграет при правильной игре?