

## Степень вхождения.

**Упражнение.** Докажите, что если произведение двух взаимно простых чисел — полный квадрат, то и сами числа тоже полные квадраты.

1. В десятичной записи некоторого числа 30 единиц, а остальные цифры — нули. Может ли это число быть квадратом некоторого натурального числа?

2. Существует ли такое натуральное  $n$ , что  $n!$  оканчивается ровно на 100 нулей.

3. Даны натуральные числа  $a$  и  $b$ , причём  $a < 1000$ . Докажите, что если  $a^{21}$  делится на  $b^{10}$ , то  $a^2$  делится на  $b$ .

4. Произведение 15 последовательных чисел не делится на  $2^{12}$ . Докажите, что среднее число делится на 8.

5. Пусть  $A$  — множество из шести натуральных чисел, больших 1 и взаимно простых в совокупности. Известно, что произведение любых двух чисел из  $A$  делится на любое из оставшихся. Докажите, что произведение всех чисел из  $A$  — точная пятая степень.

## Степень вхождения.

**Упражнение.** Докажите, что если произведение двух взаимно простых чисел — полный квадрат, то и сами числа тоже полные квадраты.

1. В десятичной записи некоторого числа 30 единиц, а остальные цифры — нули. Может ли это число быть квадратом некоторого натурального числа?

2. Существует ли такое натуральное  $n$ , что  $n!$  оканчивается ровно на 100 нулей.

3. Даны натуральные числа  $a$  и  $b$ , причём  $a < 1000$ . Докажите, что если  $a^{21}$  делится на  $b^{10}$ , то  $a^2$  делится на  $b$ .

4. Произведение 15 последовательных чисел не делится на  $2^{12}$ . Докажите, что среднее число делится на 8.

5. Пусть  $A$  — множество из шести натуральных чисел, больших 1 и взаимно простых в совокупности. Известно, что произведение любых двух чисел из  $A$  делится на любое из оставшихся. Докажите, что произведение всех чисел из  $A$  — точная пятая степень.