

## Снова строим

1. Дано число 1. Каждым ходом Петя приписывает к нему справа цифру 1 или 2, а Вася меняет местами любые две цифры (возможно, одинаковые). Докажите, что Вася может действовать так, чтобы после его 100-го хода получился палиндром.
2. Как отметить  $2^n$  целых чисел в промежутке с 0 по  $3^n - 1$ , чтобы среднее арифметическое никаких двух отмеченных чисел отмечено не было?
3. В шахматном турнире каждый участник сыграл с каждым из остальных одну партию. Доказать, что участников можно так занумеровать, что окажется, что ни один участник не проиграл непосредственно за ним следующему.
4. Назовём уголком фигуру, получающуюся при вырезании из квадрата  $n \times n$  квадрата  $(n-1) \times (n-1)$ . Докажите, что квадрат  $2019 \times 2019$  с вырезанной клеткой можно разрезать на 2018 уголков разных размеров.
5. (a) Докажите, что числа от 1 до 333 можно расставить в ряд так, чтобы любая пара соседних чисел отличалась либо на 2, либо в 2 раза. (b) Для всякого ли натурального  $n$  можно расставить первые  $n$  натуральных чисел в таком порядке, чтобы ни для каких двух чисел их полусумма не стояла между ними?

## Снова строим

1. Дано число 1. Каждым ходом Петя приписывает к нему справа цифру 1 или 2, а Вася меняет местами любые две цифры (возможно, одинаковые). Докажите, что Вася может действовать так, чтобы после его 100-го хода получился палиндром.
2. Как отметить  $2^n$  целых чисел в промежутке с 0 по  $3^n - 1$ , чтобы среднее арифметическое никаких двух отмеченных чисел отмечено не было?
3. В шахматном турнире каждый участник сыграл с каждым из остальных одну партию. Доказать, что участников можно так занумеровать, что окажется, что ни один участник не проиграл непосредственно за ним следующему.
4. Назовём уголком фигуру, получающуюся при вырезании из квадрата  $n \times n$  квадрата  $(n-1) \times (n-1)$ . Докажите, что квадрат  $2019 \times 2019$  с вырезанной клеткой можно разрезать на 2018 уголков разных размеров.
5. (a) Докажите, что числа от 1 до 333 можно расставить в ряд так, чтобы любая пара соседних чисел отличалась либо на 2, либо в 2 раза. (b) Для всякого ли натурального  $n$  можно расставить первые  $n$  натуральных чисел в таком порядке, чтобы ни для каких двух чисел их полусумма не стояла между ними?