

Взвешивания.

1. В телефонном справочнике 120 страниц, на каждой из которых по 60 номеров. Настя загадала один из них, и теперь Денис хочет угадать его с помощью вопросов на «да/нет». Какого наименьшего количества вопросов ему точно хватит?

2. Есть золотые, серебряные и медные монеты. Среди них есть одна фальшивая, весящая меньше, чем нужно.

(a) Пусть у нас 7 золотых и 2 серебряных монеты. За какое наименьшее количество взвешиваний можно найти фальшивую монету?

(b) А если есть 5 золотых, 3 серебряные и 1 медная монеты?

(c) А если у нас 27 монет: часть золотых, а часть серебряных?

3. Детектор за одну операцию исследует 4 монеты и указывает на одну из них. Известно, что если среди исследуемых монет есть фальшивые, то детектор указывает на какую-то из них. Однако если фальшивых монет среди исследуемых нет, то детектор может указать на любую монету.

(a) Есть 100 монет, среди которых одна фальшивая. За какое наименьшее количество операций можно определить фальшивую монету?

(b) Есть 5 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 2 операции.

(c) Есть 17 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 4 операции.

4. (a) Есть 9 гирек весом 1, 2, ..., 9 граммов соответственно. Петя выбирает из них какие-то две, а остальные выкидывает. Какое наибольшее количество различных по весу грузов он может взвесить с помощью выбранных гирь? Гири можно складывать на любую чашу весов. **(b)** Тот же вопрос, но Петя выбирает три гири. **(c)** Тот же вопрос, но Петя выбирает три гири из набора 1, 2, ..., 8 граммов.

5. (a) У Пети есть 6 различных (однако внешне неразличимых) гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 6 граммов. Петя попросил Васю написать на каждой гире её вес. Как с помощью двух взвешиваний убедиться, в том, что все надписи верны?

(b) Тот же вопрос для 11 гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 11 граммов и трех взвешиваний.

6. Среди 201 монеты 50 фальшивых. Каждая фальшивая отличается от настоящих по весу на один грамм (в большую или меньшую сторону). Каждая монета весит целое число грамм. Как за одно взвешивание на весах, показывающих разность масс одной и другой чашки, узнать, является ли выбранная монета фальшивой?

7. Есть 6 железных шаров, 2 из которых радиоактивные. Также есть прибор, в который можно положить 2 шара и узнать, есть ли среди них радиоактивный. За какое наименьшее число проверок можно найти оба радиоактивных шара?

Взвешивания.

1. В телефонном справочнике 120 страниц, на каждой из которых по 60 номеров. Настя загадала один из них, и теперь Денис хочет угадать его с помощью вопросов на «да/нет». Какого наименьшего количества вопросов ему точно хватит?

2. Есть золотые, серебряные и медные монеты. Среди них есть одна фальшивая, весящая меньше, чем нужно.

(a) Пусть у нас 7 золотых и 2 серебряных монеты. За какое наименьшее количество взвешиваний можно найти фальшивую монету?

(b) А если есть 5 золотых, 3 серебряные и 1 медная монеты?

(c) А если у нас 27 монет: часть золотых, а часть серебряных?

3. Детектор за одну операцию исследует 4 монеты и указывает на одну из них. Известно, что если среди исследуемых монет есть фальшивые, то детектор указывает на какую-то из них. Однако если фальшивых монет среди исследуемых нет, то детектор может указать на любую монету.

(a) Есть 100 монет, среди которых одна фальшивая. За какое наименьшее количество операций можно определить фальшивую монету?

(b) Есть 5 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 2 операции.

(c) Есть 17 монет, из которых две фальшивых. Найдите их за 4 операции.

4. (a) Есть 9 гирек весом 1, 2, ..., 9 граммов соответственно. Петя выбирает из них какие-то две, а остальные выкидывает. Какое наибольшее количество различных по весу грузов он может взвесить с помощью выбранных гирь? Гири можно складывать на любую чашу весов. (b) Тот же вопрос, но Петя выбирает три гири. (c) Тот же вопрос, но Петя выбирает три гири из набора 1, 2, ..., 8 граммов.

5. (a) У Пети есть 6 различных (однако внешне неразличимых) гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 6 граммов. Петя попросил Васю написать на каждой гире её вес. Как с помощью двух взвешиваний убедиться, в том, что все надписи верны?

(b) Тот же вопрос для 11 гирек, веса которых равны 1, 2, ..., 11 граммов и трех взвешиваний.

6. Среди 201 монеты 50 фальшивых. Каждая фальшивая отличается от настоящих по весу на один грамм (в большую или меньшую сторону). Каждая монета весит целое число грамм. Как за одно взвешивание на весах, показывающих разность масс одной и другой чашки, узнать, является ли выбранная монета фальшивой?

7. Есть 6 железных шаров, 2 из которых радиоактивные. Также есть прибор, в который можно положить 2 шара и узнать, есть ли среди них радиоактивный. За какое наименьшее число проверок можно найти оба радиоактивных шара?