

## Мудрецы и колпаки

1. Для начала двум главным мудрецам было объявлено: начиная со следующего дня им по утрам будут выдавать по жетону чёрного или белого цвета. Сразу же после получения жетона мудрец должен назвать цвет жетона, полученного другим мудрецом. Как только оба мудреца ошибутся, им отрубят головы. Могут ли мудрецы сохранить себе жизнь?

2. Теперь двум мудрецам надели колпаки, на которых написано по натуральному числу. Им сообщили, что написанные числа отличаются на 1, после этого они принялись по очереди говорить:

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я знаю своё число!

Что за числа у них на колпаках?

3. Есть 5 колпаков — 2 черного и 3 белого цвета. Мудрецам завязали глаза, два колпака спрятали, а остальные надели на мудрецов. Через какое-то время один из мудрецов угадал свой цвет. Докажите, что он угадал белый.

4. Семерым мудрецам показали восемь колпаков: четыре чёрных и четыре белых. Затем мудрецам завязали глаза, один колпак спрятали, а остальные надели на мудрецов (по одному на каждого). После этого мудрецам развязывают глаза, и по удару гонга каждый из мудрецов пытается угадать цвет своего колпака.

(a) Докажите, что за два удара в гонг все мудрецы справятся с задачей.

(b) Как за один удар в гонг угадать хотя бы пятерым?

5. В рамках борьбы за интеллектуальное равенство король задумал казнить сто мудрецов вот какой казнью: с утра их рассадят по кругу, а затем наденут на головы черные и белые колпаки. Каждый мудрец будет видеть цвета всех колпаков, кроме своего. Мудрецы должны будут одновременно назвать цвет своего колпака, и если хоть один ошибется — всех казнят. На счастье, у мудрецов есть помощник, который может договориться с ними с вечера и оказаться на казни в толпе зевак с черным и белым колпаками в сумке, надев один из них по ситуации. Докажите, что в такой ситуации мудрецы смогут спастись.

6. (a) Следующее испытание выглядит так: 100 мудрецов выстраивают в колонну, на каждого надевают колпак: чёрный или белый. Последний мудрец в колонне видит все колпаки, кроме своего; предпоследний — все, кроме своего и предпоследнего и т. д. Мудрецы должны по очереди называть цвет своего колпака. Тому, кто ошибается, отрубает голову. Как мудрецам заранее договориться, чтобы минимизировать число казнённых?

(b) То же самое, только колпаков три цвета: чёрный, белый и серый.

7. Восьми мудрецам показывают девять разноцветных колпаков, завязывают всем глаза, один колпак прячут, а остальные надевают. После мудрецов сажают по кругу, развязывают им глаза, и они одновременно называют цвет своего колпака. После того, как мудрецам показывают колпаки, и до того, как палач приносит повязки на глаза, мудрецы могут пообщаться. Как им договориться, чтобы хотя бы половина угадала?

## Мудрецы и колпаки

1. Для начала двум главным мудрецам было объявлено: начиная со следующего дня им по утрам будут выдавать по жетону чёрного или белого цвета. Сразу же после получения жетона мудрец должен назвать цвет жетона, полученного другим мудрецом. Как только оба мудреца ошибутся, им отрубят головы. Могут ли мудрецы сохранить себе жизнь?

2. Теперь двум мудрецам надели колпаки, на которых написано по натуральному числу. Им сообщили, что написанные числа отличаются на 1, после этого они принялись по очереди говорить:

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я не знаю своё число.

— Я знаю своё число!

Что за числа у них на колпаках?

3. Есть 5 колпаков — 2 черного и 3 белого цвета. Мудрецам завязали глаза, два колпака спрятали, а остальные надели на мудрецов. Через какое-то время один из мудрецов угадал свой цвет. Докажите, что он угадал белый.

4. Семерым мудрецам показали восемь колпаков: четыре чёрных и четыре белых. Затем мудрецам завязали глаза, один колпак спрятали, а остальные надели на мудрецов (по одному на каждого). После этого мудрецам развязывают глаза, и по удару гонга каждый из мудрецов пытается угадать цвет своего колпака.

(a) Докажите, что за два удара в гонг все мудрецы справятся с задачей.

(b) Как за один удар в гонг угадать хотя бы пятерым?

5. В рамках борьбы за интеллектуальное равенство король задумал казнить сто мудрецов вот какой казнью: с утра их рассадят по кругу, а затем наденут на головы черные и белые колпаки. Каждый мудрец будет видеть цвета всех колпаков, кроме своего. Мудрецы должны будут одновременно назвать цвет своего колпака, и если хоть один ошибется — всех казнят. На счастье, у мудрецов есть помощник, который может договориться с ними с вечера и оказаться на казни в толпе зевак с черным и белым колпаками в сумке, надев один из них по ситуации. Докажите, что в такой ситуации мудрецы смогут спастись.

6. (a) Следующее испытание выглядит так: 100 мудрецов выстраивают в колонну, на каждого надевают колпак: чёрный или белый. Последний мудрец в колонне видит все колпаки, кроме своего; предпоследний — все, кроме своего и предпоследнего и т. д. Мудрецы должны по очереди называть цвет своего колпака. Тому, кто ошибается, отрубает голову. Как мудрецам заранее договориться, чтобы минимизировать число казнённых?

(b) То же самое, только колпаков три цвета: чёрный, белый и серый.

7. Восьми мудрецам показывают девять разноцветных колпаков, завязывают всем глаза, один колпак прячут, а остальные надевают. После мудрецов сажают по кругу, развязывают им глаза, и они одновременно называют цвет своего колпака. После того, как мудрецам показывают колпаки, и до того, как палач приносит повязки на глаза, мудрецы могут пообщаться. Как им договориться, чтобы хотя бы половина угадала?