

Внутренний матбой

12 июля

1. У Артёма есть 10 карточек с числами от 1 до 10 и пять палочек. Может ли он с помощью карточек и палочек составить 5 обыкновенных дробей, каждая из которых не целая, а сумма всех — целое число?
2. Найдите все пары натуральных чисел m и n , что $2m^n - 3m = n!$.
3. На болоте имеется 2019 кочек, расположенных в ряд. Каждая кочка вмещает максимум одну жабу. Субботним утром 2019 жаб сидели в болоте, а затем решили попрыгать по кочкам. За один ход одна жаба может или прыгнуть из болота на первую кочку, или перепрыгнуть с кочки на следующую, или выпрыгнуть с последней кочки в болото. Через некоторое количество ходов все жабы снова оказались в болоте. Могло ли так получиться, чтобы каждая возможная рассадка жаб получилась по разу? Рассадки считаются различными, если в одной есть пустая кочка, а в другой эта же кочка занята жабой.
4. 19-значное число возрастает при перестановке любой пары его соседних цифр, кроме, быть может, одной пары. Сколько всего таких чисел?
5. Дана полоска клетчатой бумаги длиной в 1009 клеток. Двое по очереди красят клетки этой полоски в чёрный цвет, причём первый всегда красит четыре подряд стоящие клетки, а второй — три подряд стоящие. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
6. Докажите, что любое натуральное число, большее 100, можно представить в виде суммы двух натуральных чисел, одно из которых — простое, большее 3, а другое — составное.
7. Клетчатый квадрат 9×9 разбит на прямоугольники 1×3 . У каждого из прямоугольников отмечена точка пересечения диагоналей. Докажите, что из отмеченных точек можно выбрать такие четыре, которые лежат на одной прямой.
8. Вдоль прямой улицы стоят 15 жилых домов и несколько магазинов. Известно, что расстояние между любыми двумя магазинами меньше, чем расстояние между любым магазином и любым домом. Назовём жильца неудачником, если до ближайшего магазина ему дальше, чем до хотя бы семерых других жилых домов. Докажите, что неудачник найдётся.

Внутренний матбой

12 июля

1. У Артёма есть 10 карточек с числами от 1 до 10 и пять палочек. Может ли он с помощью карточек и палочек составить 5 обыкновенных дробей, каждая из которых не целая, а сумма всех — целое число?
2. Найдите все пары натуральных чисел m и n , что $2m^n - 3m = n!$.
3. На болоте имеется 2019 кочек, расположенных в ряд. Каждая кочка вмещает максимум одну жабу. Субботним утром 2019 жаб сидели в болоте, а затем решили попрыгать по кочкам. За один ход одна жаба может или прыгнуть из болота на первую кочку, или перепрыгнуть с кочки на следующую, или выпрыгнуть с последней кочки в болото. Через некоторое количество ходов все жабы снова оказались в болоте. Могло ли так получиться, чтобы каждая возможная рассадка жаб получилась по разу? Рассадки считаются различными, если в одной есть пустая кочка, а в другой эта же кочка занята жабой.
4. 19-значное число возрастает при перестановке любой пары его соседних цифр, кроме, быть может, одной пары. Сколько всего таких чисел?
5. Дана полоска клетчатой бумаги длиной в 1009 клеток. Двое по очереди красят клетки этой полоски в чёрный цвет, причём первый всегда красит четыре подряд стоящие клетки, а второй — три подряд стоящие. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
6. Докажите, что любое натуральное число, большее 100, можно представить в виде суммы двух натуральных чисел, одно из которых — простое, большее 3, а другое — составное.
7. Клетчатый квадрат 9×9 разбит на прямоугольники 1×3 . У каждого из прямоугольников отмечена точка пересечения диагоналей. Докажите, что из отмеченных точек можно выбрать такие четыре, которые лежат на одной прямой.
8. Вдоль прямой улицы стоят 15 жилых домов и несколько магазинов. Известно, что расстояние между любыми двумя магазинами меньше, чем расстояние между любым магазином и любым домом. Назовём жильца неудачником, если до ближайшего магазина ему дальше, чем до хотя бы семерых других жилых домов. Докажите, что неудачник найдётся.