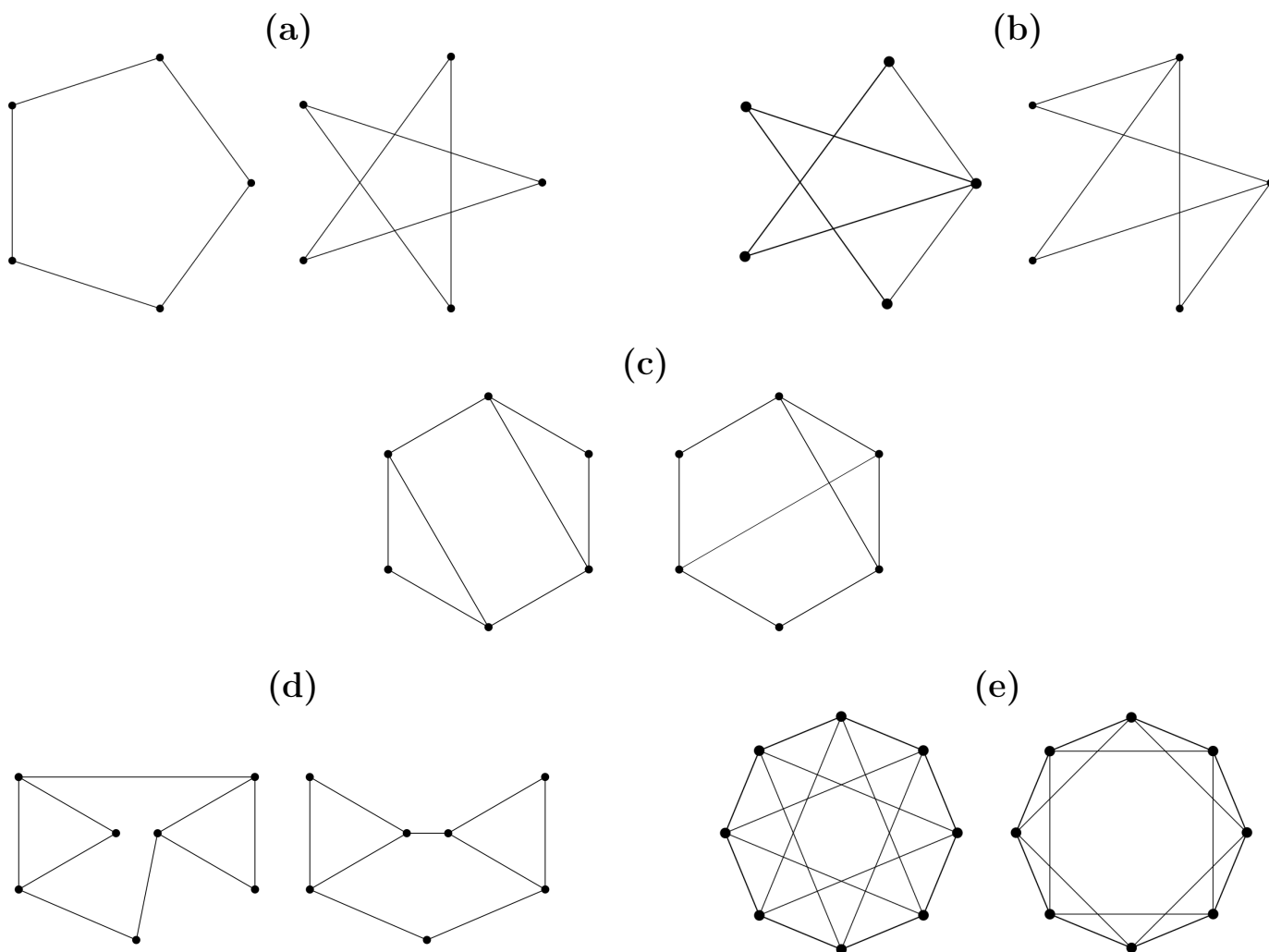


Знакомство с графами

17 июля

1. Два графа называются изоморфными, если вершины каждого можно занумеровать числами так, что вершины первого графа соединены ребром тогда и только тогда, когда вершины с теми же номерами соединены ребром во втором графе.

Про каждую из следующих пар графов определите, изоморфны ли они:



2. Атос, Портос и Арамис нарисовали по графу. Оказалось, что графы Атоса и Портоса изоморфны, да и графы Атоса и Арамиса изоморфны. Докажите, что графы Портоса и Арамиса тоже изоморфны.

3. Нарисуйте все неизоморфные связные графы с пятью вершинами, которые не содержат циклов.

4. В селе живут 100 человек, среди них не менее 100 пар друзей. Каждое утро один из сельчан узнаёт сплетню, рассказывает её всем своим друзьям, те — своим друзьям, и так далее, пока к полудню сплетню не знает всё село. Докажите, что двух друзей можно помирить, чтобы к следующему полудню свежую сплетню всё равно знало всё село.

5. В архипелаге несколько островов, и с каждого можно добраться до любого другого по мостам. Но если какой-нибудь мост закрыть, то путь между какими-то островами пропадёт.

(a) Докажите, что есть как минимум два острова, с которых ведёт только по одному мосту.

(b) Пусть с какого-то острова ведёт по крайней мере пять мостов. Докажите, что остров с одним мостом тоже хотя бы пять.

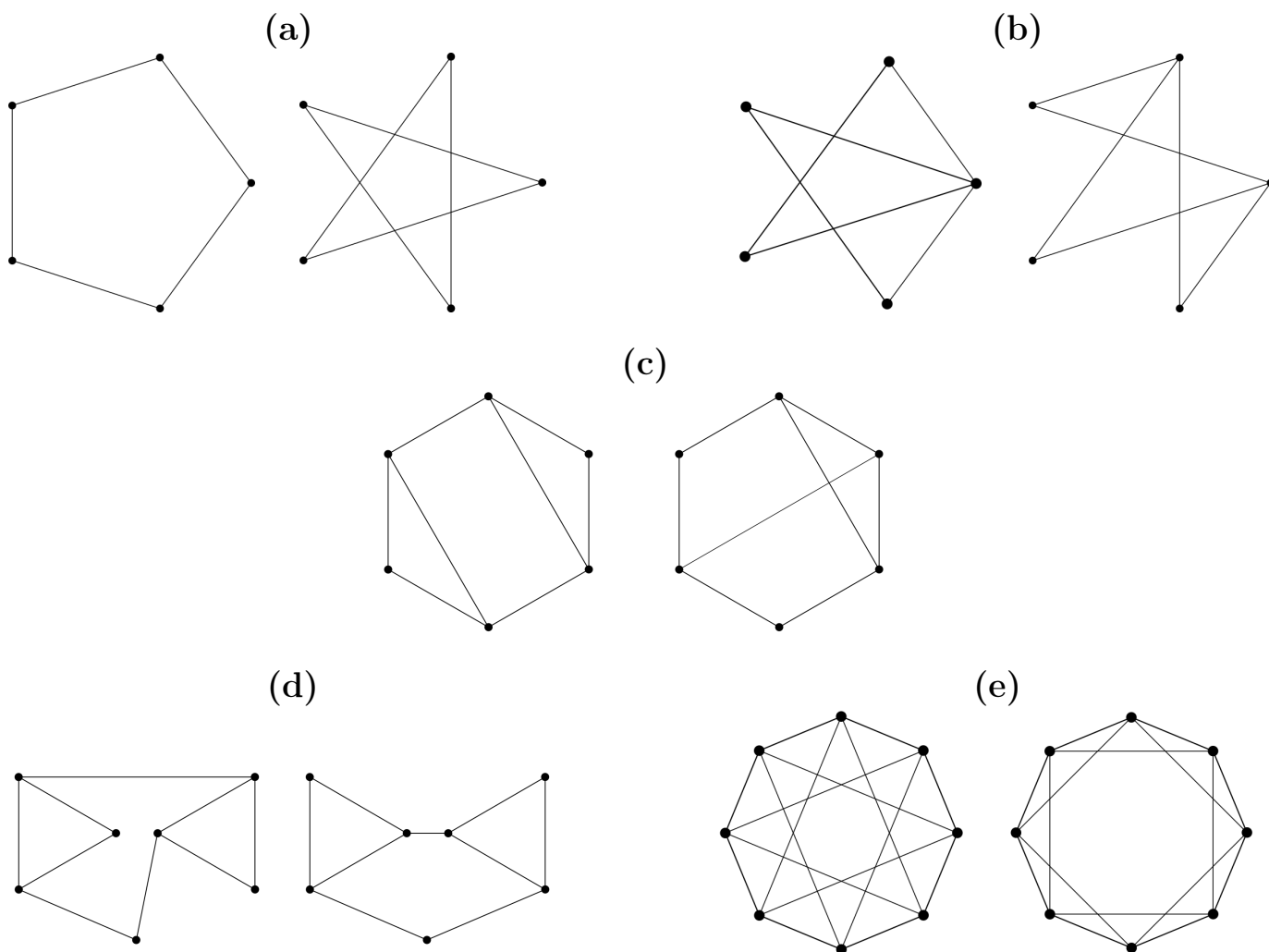
6. Если гном устраивает вечеринку, он зовёт туда всех своих друзей, которые после вечеринки становятся друзьями друг с другом. После того, как каждый гном устроил по одной вечеринке, гномы Грор и Трор всё ещё не были друзьями. Докажите, что только с помощью вечеринок они не подружатся никогда.

Знакомство с графами

17 июля

1. Два графа называются изоморфными, если вершины каждого можно занумеровать числами так, что вершины первого графа соединены ребром тогда и только тогда, когда вершины с теми же номерами соединены ребром во втором графе.

Про каждую из следующих пар графов определите, изоморфны ли они:



2. Атос, Портос и Арамис нарисовали по графу. Оказалось, что графы Атоса и Портоса изоморфны, да и графы Атоса и Арамиса изоморфны. Докажите, что графы Портоса и Арамиса тоже изоморфны.

3. Нарисуйте все неизоморфные связные графы с пятью вершинами, которые не содержат циклов.

4. В селе живут 100 человек, среди них не менее 100 пар друзей. Каждое утро один из сельчан узнаёт сплетню, рассказывает её всем своим друзьям, те — своим друзьям, и так далее, пока к полудню сплетню не знает всё село. Докажите, что двух друзей можно помирить, чтобы к следующему полудню свежую сплетню всё равно знало всё село.

5. В архипелаге несколько островов, и с каждого можно добраться до любого другого по мостам. Но если какой-нибудь мост закрыть, то путь между какими-то островами пропадёт.

(a) Докажите, что есть как минимум два острова, с которых ведёт только по одному мосту.

(b) Пусть с какого-то острова ведёт по крайней мере пять мостов. Докажите, что остров с одним мостом тоже хотя бы пять.

6. Если гном устраивает вечеринку, он зовёт туда всех своих друзей, которые после вечеринки становятся друзьями друг с другом. После того, как каждый гном устроил по одной вечеринке, гномы Грор и Трор всё ещё не были друзьями. Докажите, что только с помощью вечеринок они не подружатся никогда.