

Графский разнобой

17 июля

1. В стране 100 городов, из каждого города выходит хотя бы одна дорога. Докажите, что можно закрыть несколько дорог так, чтобы по-прежнему из каждого города выходило не менее одной дороги и при этом по крайней мере из 67 городов выходило ровно по одной дороге.

2. Известно, что каждый город страны соединен хотя бы с половиной остальных. Докажите, что есть четыре города, соединенные дорогами по циклу.

3. Любые два города некоторой страны соединены ровно одной дорогой — автомобильной, железной или велосипедной. Известно, что из каждого города выходят дороги не больше, чем двух типов и не существует трех городов, попарно соединенных дорогами одного типа. Какое наибольшее количество городов может быть в этой стране?

4. Страна состоит из городов, соединенных дорогами так, что от любого города можно добраться до любого. Докажите, что можно выбрать какой-то город и сжечь его со всеми выходящими дорогами так, чтобы после этого по-прежнему существовал путь между любыми двумя оставшимися городами.

5. В городе N станций метро и $N - 1$ перегонов, образующие связную сеть. Удалив станцию назовём сумму расстояний от неё до всех остальных станций (расстояние, в данном случае, считается в перегонах). Докажите, что если в городе две вершины с удалённостями, отличающимися на 1, то N — нечетно.

6. В некотором городе на каждом перекрёстке сходятся ровно три улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрёстке сходятся улицы трёх разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они имеют разные цвета.

7. На полуострове 200 городов-государств. Известно, что, начиная с сотворения мира, на полуострове было не более 200 войн, в каждой из которых было ровно по два участника. Докажите, что 67 городов-государств могут объединиться в федерацию, члены которой никогда не воевали друг с другом.

Графский разнобой

17 июля

1. В стране 100 городов, из каждого города выходит хотя бы одна дорога. Докажите, что можно закрыть несколько дорог так, чтобы по-прежнему из каждого города выходило не менее одной дороги и при этом по крайней мере из 67 городов выходило ровно по одной дороге.

2. Известно, что каждый город страны соединен хотя бы с половиной остальных. Докажите, что есть четыре города, соединенные дорогами по циклу.

3. Любые два города некоторой страны соединены ровно одной дорогой — автомобильной, железной или велосипедной. Известно, что из каждого города выходят дороги не больше, чем двух типов и не существует трех городов, попарно соединенных дорогами одного типа. Какое наибольшее количество городов может быть в этой стране?

4. Страна состоит из городов, соединенных дорогами так, что от любого города можно добраться до любого. Докажите, что можно выбрать какой-то город и сжечь его со всеми выходящими дорогами так, чтобы после этого по-прежнему существовал путь между любыми двумя оставшимися городами.

5. В городе N станций метро и $N - 1$ перегонов, образующие связную сеть. Удалив станцию назовём сумму расстояний от неё до всех остальных станций (расстояние, в данном случае, считается в перегонах). Докажите, что если в городе две вершины с удалённостями, отличающимися на 1, то N — нечетно.

6. В некотором городе на каждом перекрёстке сходятся ровно три улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрёстке сходятся улицы трёх разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они имеют разные цвета.

7. На полуострове 200 городов-государств. Известно, что, начиная с сотворения мира, на полуострове было не более 200 войн, в каждой из которых было ровно по два участника. Докажите, что 67 городов-государств могут объединиться в федерацию, члены которой никогда не воевали друг с другом.