

Внутренний матбой

12 июля

1. У Артёма есть 10 карточек с числами от 1 до 10 и пять палочек. Может ли он с помощью карточек и палочек составить 5 обыкновенных дробей, каждая из которых не целая, а сумма всех — целое число?

2. На её n -й день рождения Оле подарили торт в форме плоского выпуклого n -угольника. Прямыми разрезами Оля разделила его на 50 частей (каждый разрез разрезает одну из уже имеющихся частей на две). Среди частей есть ровно 5 пятиугольников, 6 шестиугольников, 7 семиугольников и 8 восьмиугольников. Для какого наименьшего n такое могло случиться?

3. Дана полоска клетчатой бумаги длиной в 1009 клеток. Двое по очереди красят клетки этой полосы в чёрный цвет, причём первый всегда красит четыре подряд стоящие клетки, а второй — три подряд стоящие. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Докажите, что любое натуральное число, большее 100, можно представить в виде суммы двух натуральных чисел, одно из которых — простое, большее 3, а другое — составное.

5. На болоте имеется 2019 кочек, расположенных в ряд. Каждая кочка вмещает максимум одну жабу. Субботним утром 2019 жаб сидели в болоте, а затем решили попрыгать по кочкам. За один ход одна жаба может или прыгнуть из болота на первую кочку, или перепрыгнуть с кочки на следующую, или выпрыгнуть с последней кочки в болото. Через некоторое количество ходов все жабы снова оказались в болоте. Могло ли так получиться, чтобы каждая возможная рассадка жаб получилась по разу? Рассадки считаются различными, если в одной есть пустая кочка, а в другой эта же кочка занята жабой.

6. Найдите все пары натуральных чисел m и n , что $2m^n - 3m = n!$.

7. На танцы пришло 10 юношей и 12 девушек. Сколько есть вариантов составить из них пары на вечер так, чтобы каждый танцевал с нечетным количеством партнеров?

8. Вдоль прямой улицы стоят 15 жилых домов и несколько магазинов. Известно, что расстояние между любыми двумя магазинами меньше, чем расстояние между любым магазином и любым домом. Назовём жильца неудачником, если до ближайшего магазина ему дальше, чем до хотя бы семерых других жилых домов. Докажите, что неудачник найдётся.

Внутренний матбой

12 июля

1. У Артёма есть 10 карточек с числами от 1 до 10 и пять палочек. Может ли он с помощью карточек и палочек составить 5 обыкновенных дробей, каждая из которых не целая, а сумма всех — целое число?

2. На её n -й день рождения Оле подарили торт в форме плоского выпуклого n -угольника. Прямыми разрезами Оля разделила его на 50 частей (каждый разрез разрезает одну из уже имеющихся частей на две). Среди частей есть ровно 5 пятиугольников, 6 шестиугольников, 7 семиугольников и 8 восьмиугольников. Для какого наименьшего n такое могло случиться?

3. Дана полоска клетчатой бумаги длиной в 1009 клеток. Двое по очереди красят клетки этой полосы в чёрный цвет, причём первый всегда красит четыре подряд стоящие клетки, а второй — три подряд стоящие. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Докажите, что любое натуральное число, большее 100, можно представить в виде суммы двух натуральных чисел, одно из которых — простое, большее 3, а другое — составное.

5. На болоте имеется 2019 кочек, расположенных в ряд. Каждая кочка вмещает максимум одну жабу. Субботним утром 2019 жаб сидели в болоте, а затем решили попрыгать по кочкам. За один ход одна жаба может или прыгнуть из болота на первую кочку, или перепрыгнуть с кочки на следующую, или выпрыгнуть с последней кочки в болото. Через некоторое количество ходов все жабы снова оказались в болоте. Могло ли так получиться, чтобы каждая возможная рассадка жаб получилась по разу? Рассадки считаются различными, если в одной есть пустая кочка, а в другой эта же кочка занята жабой.

6. Найдите все пары натуральных чисел m и n , что $2m^n - 3m = n!$.

7. На танцы пришло 10 юношей и 12 девушек. Сколько есть вариантов составить из них пары на вечер так, чтобы каждый танцевал с нечетным количеством партнеров?

8. Вдоль прямой улицы стоят 15 жилых домов и несколько магазинов. Известно, что расстояние между любыми двумя магазинами меньше, чем расстояние между любым магазином и любым домом. Назовём жильца неудачником, если до ближайшего магазина ему дальше, чем до хотя бы семерых других жилых домов. Докажите, что неудачник найдётся.