

## Плюс, пример, оценка

1. Карточки с числами  $1, 2, \dots, 50$  перетасовали, разбили на десять пятёрок и в каждой пятёрке выбрали среднее по величине число. Какое наименьшее значение может принимать сумма выбранных чисел?
2. Имеется палочка единичной длины. От палочки отламывается кусок длины  $r$ , а оставшаяся часть разламывается на три кусочка, длины которых не больше  $r$ . Оказалось, что ни из каких трех из четырёх получившихся кусков нельзя сложить треугольник. При каком наименьшем  $r$  такое возможно? (Из трёх палочек можно составить треугольник тогда и только тогда, когда сумма длин любых двух из этих палочек больше длины третьей.)
3. Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске  $12 \times 12$  таким образом, чтобы во всех квадратах  $3 \times 3$  кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка?
4. В отряде М7 100 школьников, при этом у каждого (а) не более двоих (b) троих лучших друзей. Лучшие друзья, которые оказываются в одной учебной группе немедленно начинают болтать. Федор Валерьевич хочет разбить школьников на учебные группы так, чтобы на занятиях никто не болтал. Каким наименьшим количеством групп ему удастся обойтись?
5. На шахматной доске отмечено 32 клетки. Какое наибольшее количество коней можно гарантировано поставить на эти клетки так, чтобы они не били друг друга?
6. На столе лежат  $n^2$  кусков хлеба, выложенных в форме квадрата  $n \times n$ . Юля может взять кусок только если какие-то два соседних с ним по стороне уже взяты. Настя взять со стола несколько кусков так, чтобы Юля забрала со стола весь оставшийся хлеб. Каким наименьшим числом кусков может обойтись Настя?
7. На каждом из полей верхней и нижней горизонталей шахматной доски  $8 \times 8$  стоит по фишке: внизу белые, сверху черные. За один ход разрешается передвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали или горизонтали. За какое наименьшее число ходов можно добиться того, чтобы все черные фишки стояли внизу, а белые сверху?
8. В левом нижнем углу доски  $6 \times 6$  стоит число 1, в правом верхнем — натуральное число  $k$ . При каком наименьшем  $k$  можно заполнить доску натуральными числами так, чтобы, во-первых, из двух соседних по стороне чисел правое было не меньше левого, во-вторых, из двух соседних по стороне чисел верхнее было не меньше нижнего, и, в третьих, суммы во всех квадратах  $2 \times 2$  были бы различны? *O + P.tex*

## Плюс, пример, оценка

1. Карточки с числами  $1, 2, \dots, 50$  перетасовали, разбили на десять пятёрок и в каждой пятёрке выбрали среднее по величине число. Какое наименьшее значение может принимать сумма выбранных чисел?
2. Имеется палочка единичной длины. От палочки отламывается кусок длины  $r$ , а оставшаяся часть разламывается на три кусочка, длины которых не больше  $r$ . Оказалось, что ни из каких трех из четырёх получившихся кусков нельзя сложить треугольник. При каком наименьшем  $r$  такое возможно? (Из трёх палочек можно составить треугольник тогда и только тогда, когда сумма длин любых двух из этих палочек больше длины третьей.)
3. Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске  $12 \times 12$  таким образом, чтобы во всех квадратах  $3 \times 3$  кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка?
4. В отряде М7 100 школьников, при этом у каждого (а) не более двоих (b) троих лучших друзей. Лучшие друзья, которые оказываются в одной учебной группе немедленно начинают болтать. Федор Валерьевич хочет разбить школьников на учебные группы так, чтобы на занятиях никто не болтал. Каким наименьшим количеством групп ему удастся обойтись?
5. На шахматной доске отмечено 32 клетки. Какое наибольшее количество коней можно гарантировано поставить на эти клетки так, чтобы они не били друг друга?
6. На столе лежат  $n^2$  кусков хлеба, выложенных в форме квадрата  $n \times n$ . Юля может взять кусок только если какие-то два соседних с ним по стороне уже взяты. Настя взять со стола несколько кусков так, чтобы Юля забрала со стола весь оставшийся хлеб. Каким наименьшим числом кусков может обойтись Настя?
7. На каждом из полей верхней и нижней горизонталей шахматной доски  $8 \times 8$  стоит по фишке: внизу белые, сверху черные. За один ход разрешается передвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали или горизонтали. За какое наименьшее число ходов можно добиться того, чтобы все черные фишки стояли внизу, а белые сверху?
8. В левом нижнем углу доски  $6 \times 6$  стоит число 1, в правом верхнем — натуральное число  $k$ . При каком наименьшем  $k$  можно заполнить доску натуральными числами так, чтобы, во-первых, из двух соседних по стороне чисел правое было не меньше левого, во-вторых, из двух соседних по стороне чисел верхнее было не меньше нижнего, и, в третьих, суммы во всех квадратах  $2 \times 2$  были бы различны? *O + P.tex*