

Снова строим

1. Дано число 1. Каждым ходом Петя приписывает к нему справа цифру 1 или 2, а Вася меняет местами любые две цифры (возможно, одинаковые). Докажите, что Вася может действовать так, чтобы после его 100-го хода получился палиндром.

2. (a) Можно ли выписать в строку числа от 1 до 7 так, чтобы суммы любых пар соседей были равны или отличались на 1?

(b) То же для чисел $1, 2, \dots, 77$.

3. В шахматном турнире каждый участник сыграл с каждым из остальных одну партию. Доказать, что участников можно так занумеровать, что окажется, что ни один участник не проиграл непосредственно за ним следующему.

4. Бубка стоит около небоскрёба с 10^{100} этажами. Он может прыгнуть вверх на 23 этажа или спрыгнуть вниз на 80 этажей. Докажите, что он может попасть на любой из первых миллиарда этажей.

5. Назовём уголком размера n фигуру, получающуюся при вырезании из квадрата $n \times n$ квадрата $(n - 1) \times (n - 1)$. Докажите, что квадрат 2019×2019 с вырезанной клеткой можно разрезать на 2018 уголков разных размеров.

6. Картонный треугольник разрезали по прямой на две части. Затем каждый раз выбирали одну из всех частей и разрезали её по прямой на две части. Через час получилось более ста частей. Докажите, что хотя бы одна из частей — треугольник.

Снова строим

1. Дано число 1. Каждым ходом Петя приписывает к нему справа цифру 1 или 2, а Вася меняет местами любые две цифры (возможно, одинаковые). Докажите, что Вася может действовать так, чтобы после его 100-го хода получился палиндром.

2. (a) Можно ли выписать в строку числа от 1 до 7 так, чтобы суммы любых пар соседей были равны или отличались на 1?

(b) То же для чисел $1, 2, \dots, 77$.

3. В шахматном турнире каждый участник сыграл с каждым из остальных одну партию. Доказать, что участников можно так занумеровать, что окажется, что ни один участник не проиграл непосредственно за ним следующему.

4. Бубка стоит около небоскрёба с 10^{100} этажами. Он может прыгнуть вверх на 23 этажа или спрыгнуть вниз на 80 этажей. Докажите, что он может попасть на любой из первых миллиарда этажей.

5. Назовём уголком размера n фигуру, получающуюся при вырезании из квадрата $n \times n$ квадрата $(n - 1) \times (n - 1)$. Докажите, что квадрат 2019×2019 с вырезанной клеткой можно разрезать на 2018 уголков разных размеров.

6. Картонный треугольник разрезали по прямой на две части. Затем каждый раз выбирали одну из всех частей и разрезали её по прямой на две части. Через час получилось более ста частей. Докажите, что хотя бы одна из частей — треугольник.