

Подсчет двумя способами

9 июля

1. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько и кошек.

2. В таблице 5×6 написаны числа. Может ли так оказаться, что во всех строчках и столбцах сумма чисел одна и та же?

3. Чтобы сшить футбольный мяч требуются шестиугольные и пятиугольные лоскуты (всего 32 штуки). Каждый пятиугольный фрагмент должен граничить с пятью шестиугольными, а каждый шестиугольный – с тремя шестиугольными и тремя пятиугольными. Сколько каких лоскутов нужно на мяч?

4. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине – число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?

5. Может ли в итоговой таблице однокругового шахматного турнира для каждого участника сумма очков тех, у кого он выиграл, быть **(a)** больше; **(b)** меньше суммы очков тех, кому он проиграл?

6. В игре «Сапёр» в некоторых клетках таблицы 24×24 расположены мины (не более одной в клетке). Число в каждой клетке таблицы, в которой нет мины, показывает количество соседних с ней (по стороне или по углу) мин. Билл Гейтс и Пол Аллен раздобыли себе по такой таблице, причем мины у первого ровно в тех клетках, которые без мин у второго. Докажите, что суммы чисел в их таблицах одинаковы.

7. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)

8. Назовем человека малообщительным, если у него менее 10 знакомых. Назовем человека чудаком, если все его знакомые малообщительны. Докажите, что количество чудаков не больше количества малообщительных.