

## Делимость и Основная Теорема Арифметики.

1. Назовём чётное число несложным, если оно не является произведением двух других чётных чисел. Правда ли, что любое чётное число единственным образом раскладывается в произведение несложных чисел?
2. Несколько натуральных чисел перемножили, и получилось 1120. Что это были за числа, если самое большое из них вдвое больше самого маленького?
3. Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $42a = 43b$ . Докажите, что  $a + b$  — составное число.
4. Васе на новый год подарили набор трехклеточных уголков, а Пете — столько же доминошек, после чего мальчики сложили из всех своих фигурок прямоугольник. Докажите, что этот прямоугольник можно разрезать на полоски из 5 клеток.
5. Можно ли вычеркнуть из произведения  $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$  один из факториалов так, чтобы произведение оставшихся было квадратом целого числа?
6. Можно ли расставить по кругу 99 различных натуральных чисел так, чтобы для любых двух соседних чисел отношение большего из них к меньшему было простым числом?
7. Существует ли такое натуральное число, что произведение всех его натуральных делителей (включая 1 и само число) оканчивается ровно на 2019 нулей?
8. Из целых чисел до 120 выбрано 6 составных. Докажите, что какие-то два имеют общий делитель, больший 1.
9. Докажите, что сумма всех чисел вида  $\frac{1}{mn}$ , где  $1 \leq m, n \leq 2019$ , не является целым числом.
10. На доске написано 14 натуральных чисел (не обязательно различных). Если эти числа увеличить на 1, то их произведение увеличится в 2020 раз. Приведите пример чисел, которые могли быть на доске.