

Остатки

14 июля

1. Найдите остаток от деления
 - (a) $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \dots \cdot 994 \cdot 995 \cdot 997 \cdot 998$ на 9;
 - (b) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 999 \cdot 1000$ на 7;
 - (c) $1\,008\,990 + 1\,008\,991 + 1\,008\,992 + \dots + 1\,008\,999$ на 1009.
2. Докажите, что $3^{2n} + 2^n$ делится на 11 при нечётных n .
3. Какой остаток может давать квадрат нечётного числа при делении на 24 ?
4. Пусть $p > 10$ — простое число. На какую цифру может заканчиваться его четвёртая степень?
5. Найдите все пары таких натуральных чисел m, n , что $m^2 - n! = 23$.
6. Докажите, что 201 920 192 019 нельзя представить как сумму квадратов двух целых чисел.
7. Марина и Саша взяли числа $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2017$ и $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2018$ и посчитали остатки от деления их на 2019. Докажите, что если они не ошибутся, результаты у них получатся равные.

Остатки

14 июля

1. Найдите остаток от деления
 - (a) $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \dots \cdot 994 \cdot 995 \cdot 997 \cdot 998$ на 9;
 - (b) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 999 \cdot 1000$ на 7;
 - (c) $1\,008\,990 + 1\,008\,991 + 1\,008\,992 + \dots + 1\,008\,999$ на 1009.
2. Докажите, что $3^{2n} + 2^n$ делится на 11 при нечётных n .
3. Какой остаток может давать квадрат нечётного числа при делении на 24 ?
4. Пусть $p > 10$ — простое число. На какую цифру может заканчиваться его четвёртая степень?
5. Найдите все пары таких натуральных чисел m, n , что $m^2 - n! = 23$.
6. Докажите, что 201 920 192 019 нельзя представить как сумму квадратов двух целых чисел.
7. Марина и Саша взяли числа $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2017$ и $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2018$ и посчитали остатки от деления их на 2019. Докажите, что если они не ошибутся, результаты у них получатся равные.