

## Второй разбой

6 июля

1. В 13-ом корпусе живут 50 девочек, а в 14-ом — 100 мальчиков. Между ними хотят провести зарядку так, чтобы суммарное расстояние от всех детей до неё было как можно меньше. Где же провести зарядку?

2. В квадрате  $n \times n$  расставлены числа от 1 до  $n^2$ , каждое ровно по одному разу. В каждой строке и в каждом столбце числа возрастают слева направо и сверху вниз. Докажите, что сумма чисел на диагонали, начинающейся в левом верхнем углу квадрата, хотя бы  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ .

3. Известно, что натуральные числа  $n - 1$  и  $n + 1$  имеют ровно два делителя, а число  $n$  — ровно четыре делителя. Чему может равняться  $n$ ?

4. Кощей Бессмертный похитил у царя трёх дочерей. Отправился Иван-царевич их выручать. Приходит он к Кощею, а тот ему и говорит: «Завтра поутру увидишь пять заколдованных девушек. Три из них — царёвы дочери, а ещё две — мои. Для тебя они будут неотличимы, а сами друг дружку различать смогут. Я подойду к одной из них и стану у неё спрашивать про каждую из пятерых: “Это царевна?”. Она может отвечать и правду, и неправду, но ей дозволено назвать царевнами ровно двоих (себя тоже можно называть). Потом я так же опрошу каждую из остальных девушек, и они тоже должны будут назвать царевнами ровно двоих. Если после этого угадаешь, кто из них и вправду царевны, отпущу тебя восвояси невредимым». Иван может передать царевнам записку, чтобы научить их, кого назвать царевнами. Может ли он вернуться домой вне зависимости от ответов Кощеевых дочерей.

5. Существует ли натуральное число такое, что оно имеет четное число нечетных делителей и нечетное число четных делителей?