

## Серия 33, построение одной линейкой

21 июля

1. (a) Постройте к трем данным прямым, проходящим через одну точку, четвертую так, чтобы эти прямые образовывали гармоническую четверку.

(b) На прямой  $\ell$  даны три такие точки  $P, Q, R$ , что  $Q$  есть середина отрезка  $PR$ . Постройте прямую, параллельную  $\ell$  и проходящую через данную точку  $S$ .

2. (a) Даны две параллельные прямые  $\ell_1$  и  $\ell_2$ . Разделите пополам данный отрезок  $AB$  на прямой  $\ell_1$ .

(b) Через данную точку  $P$  провести прямую, параллельную двум данным параллельным между собой прямым  $\ell_1$  и  $\ell_2$ .

(c) Дан отрезок  $AB$  и параллельная ему прямая  $\ell$ . Удвойте отрезок  $AB$ .

(d) Разделите отрезок  $AB$  на  $n$  равных частей, если задана прямая  $\ell$ , параллельная  $AB$ .

3. (a) Дан параллелограмм  $ABCD$ . Через данную точку  $P$  проведите прямую, параллельную данной прямой  $\ell$ .

(b) Дан параллелограмм. Увеличьте данный отрезок в  $n$  раз.

(c) Дан параллелограмм. Разделите данный отрезок на  $n$  равных частей.

4. (a) Дан неподвижный круг с центром. Проведите через данную точку прямую, параллельную данной прямой.

(b) Дан неподвижный круг с центром. Увеличьте и уменьшите данный отрезок в  $n$  раз.

5. Дан неподвижный круг с центром. Постройте точку пересечения окружности, заданной центром и одной точкой на ней и прямой. *Попробуйте сделать гомотегию.*

6. Дан неподвижный круг с центром. Постройте точку пересечения двух окружностей, каждая из которых задана своим центром и одной точкой на самой окружности.

**Теорема Штейнера-Понселе.** Любое построение, выполнимое на плоскости циркулем и линейкой, можно выполнить одной линейкой, если нарисована хотя бы одна окружность и отмечен её центр.

7. Докажите, что при помощи одной линейки нельзя разделить данный отрезок пополам.

8. На плоскости дана окружность. Докажите, что при помощи одной линейки нельзя построить её центр.

9. Две данные прямые  $\ell_1$  и  $\ell_2$  пересекаются в точке  $P$ , находящейся за пределами чертежа. Постройте прямую, соединяющую данную точку  $Q$  с точкой  $P$ .

10. Проведите прямую через две точки, между которыми расстояние больше, чем длина линейки.