

# Орграфы – 2

14 июля

Be who you needed when you were  
younger.

---

просторы интернета

**Определение.** Турниром называется ориентированный граф, в котором между любыми двумя вершинами существует ровно одно ориентированное ребро.

**Теорема.** В любом сильносвязном турнире на  $n$  вершинах для любого  $3 \leq k \leq n$  найдётся хотя бы  $n - k + 1$  различных несамопересекающихся циклов длины  $k$ , причем существует сильносвязный турнир, в котором их ровно  $n - k + 1$ .

1. Составьте сильносвязный турнир на пяти вершинах, в котором один цикл длины пять, два цикла длины четыре и три цикла длины три.

2. Докажите, что турнир является сильносвязным тогда и только тогда, когда в нем есть несамопересекающийся цикл, идущий по направлениям стрелок на ребрах и проходящий по всем вершинам графа.

3. Докажите, что в сильносвязном турнире через любую вершину проходит несамопересекающийся цикл (идущий по направлениям стрелок на ребрах) длины (a) три; (b) любой длины от трех до  $n$ .

4. Докажите, что существует сильносвязный турнир на  $n$  вершинах, в котором (a)  $n - 2$  циклов длины три; (b)  $n - 3$  несамопересекающихся циклов длины четыре; (c)  $n - k + 1$  несамопересекающихся циклов длины  $k$ .

5. Докажите, что в любом сильносвязном турнире на  $n$  вершинах, по крайней мере (a)  $n - 2$  цикла длины три; (b)  $n - k + 1$  несамопересекающихся циклов длины  $k$ .

6. Докажите теорему.