

## Серия 34, обобщенная теорема ван дер Вардена

21 июля

1. Целые точки плоскости раскрашены в  $k$  цветов. Докажите, что найдется равнобедренный прямоугольный треугольник с катетами, параллельными линиям сетки, с вершинами одного цвета.

2. Целые точки плоскости раскрашены в 2 цвета. Докажите, что найдется клетчатый квадратик, вершины которого покрашены в один цвет.

3. Целые точки плоскости раскрашены в  $k$  цветов. Докажите, что найдется клетчатый квадратик, вершины которого покрашены в один цвет.

4. **Теорема ван дер Вардена.** Докажите, что для любых  $k$  и  $s$  при любой раскраске натурального ряда в  $s$  цветов найдется одноцветная  $k$ -членная арифметическая прогрессия.

5. **Обобщенная теорема ван дер Вардена.** Целые точки плоскости раскрашены в  $k$  цветов. Назовем *фигурой* множество точек  $M$  с целыми координатами. Докажите, что на плоскости можно выбрать фигуру, гомотетичную  $M$ , в которой все точки одноцветны.