

Вопросы к зачёту

23 июля

Комбинаторика.

1. Теорема Геринга.
2. Теорема Менгера, лемма Холла, теорема Кёнига. Задача **22.5**.
3. Теорема Дирака, задачи **22.1, 22.4**.
4. Лемма Шпернера, задача **3.7**.
5. Задача **3.6**.
6. Теорема Хелли на прямой. Применение идей проецирования в задачах **7.4, 7.5**.
7. Применение идеи сколько угодно близких значений в задачах **9.1, 9.2, 9.3**.
8. Разница между конечным и бесконечным на примере задачи **9.4**.
9. Доказательство теоремы Хелли для плоскости. Применение в задачах **14.2, 14.3, 14.4**.
10. Цепочки. Задачи **27.3, 27.4, 27.5**.
11. Частные случаи обобщения ван дер Вардена. Задачи **27.6, 27.7**.
12. Асимптотический метод в задачах **31.2, 31.3, 31.4**.
13. Асимптотический метод в задачах **31.5, 31.6**.
14. Задача **34.3** и теорема ван дер Вардена.

Геометрия.

15. Гармонический четырехугольник, задачи **8.1, 8.2, 8.3, 8.5**.
16. Симедиана и центр поворотной гомотетии, задача **12.5**.
17. Двойные отношения, задачи **2.1, 2.3, 2.4**.
18. Поляры, полярное свойство секущих, теорема Брокара.
19. Задача **21.5**.
20. Проективное преобразование, **26.Теорема**, задача **26.3**.
21. Проективное преобразование и окружность, две теоремы из серии 28.
22. Нестареющая классика: теоремы Палпа, Дезарга, о бабочке, Паскаля, Брианшона
23. Теорема Штейнера-Понселе.

Алгебра и математический анализ.

24. Многочлены от нескольких переменных, задачи **4.1, 4.7**.
25. Симметрические многочлены, теорема о симметрических многочленах.
26. Производная, альтернативное определение и равносильность определений. Производная суммы и произведения функций.
27. Производная сложной функции. Производная отношения функций. **18.2**.
28. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. **18.1**.
29. Решение неравенств с помощью подпора касательной. Задачи **20.1, 20.3, 20.5**.

- 30. Два способа доказательства выпуклости функции.
- 31. Неравенство Йенсена. **24.7, 24.6.**
- 32. pqr —метод. $T(p, q, r) = -4p^3r + p^2q^2 + 18pqr - 4q^3 - 27r^2$. Леммы о p, q и r .
- 33. Подпор функцией: задачи **35.1, 35.3.**
- 34. Асимптотика. Сравнение многочленов “на бесконечности”, степенная функция и многочлен.
- 35. Применение асимптотических идей в задачах **5.2, 5.3.**
- 36. Определение предела последовательности. Сложение, умножение на константу, умножение, деление пределов.
- 37. Поиск пределов последовательностей на примере задач **10.5, 10.8, 10.9.**
- 38. Аксиома полноты, теорема о двух милиционерах.
- 39. Два определения непрерывности, их равносильность. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции.
- 40. Теорема о промежуточном значении. Теорема Вейерштрасса.
- 41. Применение непрерывности в задачах **15.1, 15.4.**

Теория чисел.

- 42. Доказательство LTE и LTE для двойки.
- 43. Применение LTE в задачах **1.2, 1.5, 1.6.**
- 44. Применение асимптотических идей в задачах **5.4, 5.5.**
- 45. Доказательство Рождественской теоремы Ферма с помощью леммы Туэ.
- 46. Применение LTE в задачах **11.2, 11.5, 11.6.**
- 47. Доказательство теоремы Коши-Дэвенпорта.
- 48. Вывод теоремы Эрдёша-Гинзбурга-Зива из Коши-Дэвенпорта.
- 49. Квадратичный закон взаимности. Леммы 1 и 2.
- 50. Квадратичный закон взаимности. Доказательство с использованием лемм 1 и 2.
- 51. Применение КЗВ в задачах **32.1, 32.2.**
- 52. Применение КЗВ для двойки в задачах **32.3, 32.4, 32.5.**