

## Серия 31, асимптотика–2

20 июля

1. Из бесконечной клетчатой доски выкинули несколько клеток, никакие две из которых не являются соседними по стороне и по диагонали. Всегда ли оставшуюся часть можно разбить на доминошки?
2. Из бесконечной клетчатой доски выкинули все клетки, обе координаты которых делятся на 100. Можно ли оставшуюся часть доски обойти шахматным конем?
3. Бесконечную клетчатую плоскость разбили на равные параллелограммы с целочисленными вершинами, не содержащие целочисленных точек внутри и на границе. Докажите, что площадь параллелограмма равна 1.
4. На клетчатой плоскости лежит выпуклая фигура площади больше 10. Докажите, что ее можно параллельно перенести так, чтобы она содержала 11 целочисленных точек внутри или границе.
5. **Лемма Минковского.** В центре координатной плоскости расположена выпуклая центрально-симметричная относительно центра координат фигура площади больше 4. Докажите, что в ней найдется еще одна целочисленная точка.
6. Существует ли функция из шара в круг, не уменьшающая расстояния?