

7 июля  
Язык СЛУ

**Дискретное уравнение теплопроводности.** а) В каждой клетке каемки прямоугольной таблицы записано число. Докажите, что можно расставить (причем единственным образом!) числа во внутренние клетки таблицы так, чтобы каждое число во внутренней клетке равнялось среднему арифметическому своих соседей (у клетки максимум 4 соседа).

б) Каков физический смысл задачи (и как она "решается" по физическим соображениям)?

в) Решите задачу, если у клетки 8 соседей.

г) Обобщите задачу на непрямоугольные таблицы с "дырами" внутри и пространственные таблицы.

д) Как выглядит и решается задача для произвольного связного графа?

е) Решите задачу для комплексных чисел.

**10 бананов.** Есть 10 бананов одинакового веса и двухчашечные весы без гирь. Докажите, что менее чем за 9 взвешиваний нельзя доказать, что все бананы действительно весят одинаково. Веса бананов: а) вещественные; б) положительные; в) неотрицательные; г) натуральные.

**101 корова.** Есть 101 корова. Если убрать любую буренку, то оставшихся можно разделить на два равных по весу и численности стада. Докажите, что все коровы весят одинаково, если их веса а) \*целые; б) рациональные; в) действительные; г) комплексные.

**Числа по кругу.** По кругу стоят 123 а) \*целых; б) рациональных; в) действительных; г) комплексных числа, не все нулевые. Докажите, что можно выкинуть два соседних числа так, что оставшиеся числа нельзя разбить на две равные по сумме группы.

**Зарубки на отрезке.** На отрезке  $[0, 1]$  отмечены концы, а также конечное число *различных* точек внутри. Известно, что любая внутренняя отмеченная точка лежит ровно посередине между какими-нибудь отмеченными точками. Докажите, что все отмеченные точки рациональны.

7 июля  
Язык СЛУ

**Дискретное уравнение теплопроводности.** а) В каждой клетке каемки прямоугольной таблицы записано число. Докажите, что можно расставить (причем единственным образом!) числа во внутренние клетки таблицы так, чтобы каждое число во внутренней клетке равнялось среднему арифметическому своих соседей (у клетки максимум 4 соседа).

б) Каков физический смысл задачи (и как она "решается" по физическим соображениям)?

в) Решите задачу, если у клетки 8 соседей.

г) Обобщите задачу на непрямоугольные таблицы с "дырами" внутри и пространственные таблицы.

д) Как выглядит и решается задача для произвольного связного графа?

е) Решите задачу для комплексных чисел.

**10 бананов.** Есть 10 бананов одинакового веса и двухчашечные весы без гирь. Докажите, что менее чем за 9 взвешиваний нельзя доказать, что все бананы действительно весят одинаково. Веса бананов: а) вещественные; б) положительные; в) неотрицательные; г) натуральные.

**101 корова.** Есть 101 корова. Если убрать любую буренку, то оставшихся можно разделить на два равных по весу и численности стада. Докажите, что все коровы весят одинаково, если их веса а) \*целые; б) рациональные; в) действительные; г) комплексные.

**Числа по кругу.** По кругу стоят 123 а) \*целых; б) рациональных; в) действительных; г) комплексных числа, не все нулевые. Докажите, что можно выкинуть два соседних числа так, что оставшиеся числа нельзя разбить на две равные по сумме группы.

**Зарубки на отрезке.** На отрезке  $[0, 1]$  отмечены концы, а также конечное число *различных* точек внутри. Известно, что любая внутренняя отмеченная точка лежит ровно посередине между