

Теорема Менгера для двусвязных графов.

Теорема. Для графа не менее чем с тремя вершинами следующие условия эквивалентны:

- 1) граф двусвязен;
- 2) любые две вершины принадлежат простому циклу;
- 3) любая вершина и ребро принадлежат простому циклу;
- 4) любые два ребра принадлежат простому циклу;
- 5) для любых двух вершин и ребра существует простая цепь с концами в этих вершинах, проходящая через это ребро;
- 6) для любых трех вершин существует простая цепь, соединяющая первые две из них и проходящая через третью;

Следствие. Граф двусвязен \iff любые две вершины можно соединить двумя простыми путями, пересекающимися только в этих вершинах (*Теорема Менгера-Уитни для $k = 2$*).

Для самостоятельного решения

Теорема. Для графа не менее чем с тремя вершинами следующие условия эквивалентны:

- 1) граф реберно-двусвязен;
- 2) любые две вершины принадлежат реберно-непересекающемуся циклу;
- 3) любая вершина и ребро принадлежат реберно-непересекающемуся циклу;
- 4) любые два ребра принадлежат реберно-непересекающемуся циклу;
- 5) для любых двух вершин и ребра существует реберно-непересекающаяся цепь с концами в этих вершинах, проходящая через это ребро;
- 6) для любых трех вершин существует реберно-непересекающаяся цепь, соединяющая первые две из них и проходящая через третью.

Следствие. Граф реберно-двусвязен \iff любые две вершины можно соединить двумя простыми реберно-непересекающимися путями (*Теорема Менгера в реберной форме для $k = 2$*).

Теорема Менгера для двусвязных графов.

Теорема. Для графа не менее чем с тремя вершинами следующие условия эквивалентны:

- 1) граф двусвязен;
- 2) любые две вершины принадлежат простому циклу;
- 3) любая вершина и ребро принадлежат простому циклу;
- 4) любые два ребра принадлежат простому циклу;
- 5) для любых двух вершин и ребра существует простая цепь с концами в этих вершинах, проходящая через это ребро;
- 6) для любых трех вершин существует простая цепь, соединяющая первые две из них и проходящая через третью;

Следствие. Граф двусвязен \iff любые две вершины можно соединить двумя простыми путями, пересекающимися только в этих вершинах (*Теорема Менгера-Уитни для $k = 2$*).

Для самостоятельного решения

Теорема. Для графа не менее чем с тремя вершинами следующие условия эквивалентны:

- 1) граф реберно-двусвязен;
- 2) любые две вершины принадлежат реберно-непересекающемуся циклу;
- 3) любая вершина и ребро принадлежат реберно-непересекающемуся циклу;
- 4) любые два ребра принадлежат реберно-непересекающемуся циклу;
- 5) для любых двух вершин и ребра существует реберно-непересекающаяся цепь с концами в этих вершинах, проходящая через это ребро;
- 6) для любых трех вершин существует реберно-непересекающаяся цепь, соединяющая первые две из них и проходящая через третью.

Следствие. Граф реберно-двусвязен \iff любые две вершины можно соединить двумя простыми реберно-непересекающимися путями (*Теорема Менгера в реберной форме для $k = 2$*).