Двадцать седьмая Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль, 3–28 июля 2011 года.

Вступительная олимпиада, 10 класс.

1) Назовем натуральное число «замечательным», если оно – наименьшее среди всех натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Сколько существует 2011-значных «замечательных» чисел?

2) На двух клетках шахматной доски стоят черная и белая фишки. За ход одну из них можно двигать на соседнюю по стороне клетку (две фишки на одной клетке стоять не могут). Можно ли получить все расположения фишек, причем каждое – ровно по 1 разу?

3) Диагонали параллелограмма $ABCD$ с тупым углом A пересекаются в точке O. Докажите, что точка O, а также основания перпендикуляров, опущенных из точки A на отрезки BC, BD и CD, лежат на одной окружности.

4) Пусть A и B — две вершины (строго) выпуклого многогранника. Любая грань многогранника содержит или A, или B. Докажите, что вершины A и B можно соединить путем из не более, чем трех ребер.

5) $p > 5$ — простое число. Известно, что длина наименьшего периода десятичной записи дроби $1/p$ равна $2n$. Докажите, что если этот период разбить на два n-значных куска, то сумма чисел в этих кусках равна $\underbrace{99\ldots9}_{n}$ (n девяток). Например, $1/7 = 0,(142857)$ и $142 + 857 = 999$.

Двадцать седьмая Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль, 3–28 июля 2011 года.

Вступительная олимпиада, 10 класс.

1) Назовем натуральное число «замечательным», если оно – наименьшее среди всех натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Сколько существует 2011-значных «замечательных» чисел?

2) На двух клетках шахматной доски стоят черная и белая фишки. За ход одну из них можно двигать на соседнюю по стороне клетку (две фишки на одной клетке стоять не могут). Можно ли получить все расположения фишек, причем каждое – ровно по 1 разу?

3) Диагонали параллелограмма $ABCD$ с тупым углом A пересекаются в точке O. Докажите, что точка O, а также основания перпендикуляров, опущенных из точки A на отрезки BC, BD и CD, лежат на одной окружности.

4) Пусть A и B — две вершины (строго) выпуклого многогранника. Любая грань многогранника содержит или A, или B. Докажите, что вершины A и B можно соединить путем из не более, чем трех ребер.

5) $p > 5$ — простое число. Известно, что длина наименьшего периода десятичной записи дроби $1/p$ равна $2n$. Докажите, что если этот период разбить на два n-значных куска, то сумма чисел в этих кусках равна $\underbrace{99\ldots9}_{n}$ (n девяток). Например, $1/7 = 0,(142857)$ и $142 + 857 = 999$.