

## **Заключительная олимпиада.**

### **Вывод.**

6. На доске написаны числа  $1, 2, 4, \dots, 2^{2011}$ . Двое играют в игру: за один ход разрешается уменьшить на единицу ровно пять из написанных на доске чисел. Получивший отрицательное число проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его соперник?

7. Точка  $O$  – центр описанной окружности равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$ . Точки  $K, L, M, N$  лежат соответственно на сторонах  $AB, BC, CD, DA$ , причем четырехугольник  $KLMN$  – ромб. Докажите, что точка  $O$  лежит на прямой  $KM$ .

8. Найдите все многочлены  $f(x)$  с целыми коэффициентами со свойством: если  $a, b \in \mathbb{N}$  и  $a + b$  – точный квадрат, то  $f(a) + f(b)$  – точный квадрат.

## **Заключительная олимпиада.**

### **Вывод.**

6. На доске написаны числа  $1, 2, 4, \dots, 2^{2011}$ . Двое играют в игру: за один ход разрешается уменьшить на единицу ровно пять из написанных на доске чисел. Получивший отрицательное число проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его соперник?

7. Точка  $O$  – центр описанной окружности равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$ . Точки  $K, L, M, N$  лежат соответственно на сторонах  $AB, BC, CD, DA$ , причем четырехугольник  $KLMN$  – ромб. Докажите, что точка  $O$  лежит на прямой  $KM$ .

8. Найдите все многочлены  $f(x)$  с целыми коэффициентами со свойством: если  $a, b \in \mathbb{N}$  и  $a + b$  – точный квадрат, то  $f(a) + f(b)$  – точный квадрат.

## **Заключительная олимпиада.**

### **Вывод.**

6. На доске написаны числа  $1, 2, 4, \dots, 2^{2011}$ . Двое играют в игру: за один ход разрешается уменьшить на единицу ровно пять из написанных на доске чисел. Получивший отрицательное число проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его соперник?

7. Точка  $O$  – центр описанной окружности равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$ . Точки  $K, L, M, N$  лежат соответственно на сторонах  $AB, BC, CD, DA$ , причем четырехугольник  $KLMN$  – ромб. Докажите, что точка  $O$  лежит на прямой  $KM$ .

8. Найдите все многочлены  $f(x)$  с целыми коэффициентами со свойством: если  $a, b \in \mathbb{N}$  и  $a + b$  – точный квадрат, то  $f(a) + f(b)$  – точный квадрат.

## **Заключительная олимпиада.**

### **Вывод.**

6. На доске написаны числа  $1, 2, 4, \dots, 2^{2011}$ . Двое играют в игру: за один ход разрешается уменьшить на единицу ровно пять из написанных на доске чисел. Получивший отрицательное число проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его соперник?

7. Точка  $O$  – центр описанной окружности равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$ . Точки  $K, L, M, N$  лежат соответственно на сторонах  $AB, BC, CD, DA$ , причем четырехугольник  $KLMN$  – ромб. Докажите, что точка  $O$  лежит на прямой  $KM$ .

8. Найдите все многочлены  $f(x)$  с целыми коэффициентами со свойством: если  $a, b \in \mathbb{N}$  и  $a + b$  – точный квадрат, то  $f(a) + f(b)$  – точный квадрат.