Двадцать седьмая Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль, 3–28 июля 2011 года.

10 класс (профи) • 15 июля

Одномерная комбигеометрия.

1. На плоскости отмечено несколько прямоугольников, причем любые два из них имеют общую точку. Докажите, что все прямоугольники имеют общую точку.

2. Докажите, что если в некотором множестве дуг на окружности любые две имеют общую точку, то есть прямая, проходящая через центр и пересекающая все дуги множества.

3. На прямой дана система из $2n + 1$ отрезков, такая что каждый отрезок в этой системе пересекается еще с хотя бы n отрезками. Докажите, что есть отрезок, пересекающий все остальные.

4. Семейство фигур на плоскости, таково, что любые две из них имеют общую точку. Докажите, что через произвольную точку можно провести прямую, пересекающую все эти множества.

5. На плоскости рассматривается конечное множество равных, параллельно расположенных квадратов, причем среди любых $k + 1$ квадратов найдутся два пересекающихся. Докажите, что это множество можно разбить не более чем на $2k - 1$ непустых подмножеств так, что в каждом подмножестве все квадраты будут иметь общую точку.

6. Внутри выпуклого стоугольника выбрано k точек, $2 \leqslant k \leqslant 50$. Докажите, что можно отметить $2k$ вершин стоугольника так, чтобы все выбранные точки оказались внутри $2k$-угольника с отмеченными вершинами.

Двадцать седьмая Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль, 3–28 июля 2011 года.

10 класс (профи) • 15 июля

Одномерная комбигеометрия.

1. На плоскости отмечено несколько прямоугольников, причем любые два из них имеют общую точку. Докажите, что все прямоугольники имеют общую точку.

2. Докажите, что если в некотором множестве дуг на окружности любые две имеют общую точку, то есть прямая, проходящая через центр и пересекающая все дуги множества.

3. На прямой дана система из $2n + 1$ отрезков, такая что каждый отрезок в этой системе пересекается еще с хотя бы n отрезками. Докажите, что есть отрезок, пересекающий все остальные.

4. Семейство фигур на плоскости, таково, что любые две из них имеют общую точку. Докажите, что через произвольную точку можно провести прямую, пересекающую все эти множества.

5. На плоскости рассматривается конечное множество равных, параллельно расположенных квадратов, причем среди любых $k + 1$ квадратов найдутся два пересекающихся. Докажите, что это множество можно разбить не более чем на $2k - 1$ непустых подмножеств так, что в каждом подмножестве все квадраты будут иметь общую точку.

6. Внутри выпуклого стоугольника выбрано k точек, $2 \leqslant k \leqslant 50$. Докажите, что можно отметить $2k$ вершин стоугольника так, чтобы все выбранные точки оказались внутри $2k$-угольника с отмеченными вершинами.