

## Вступительная олимпиада

1. Дан квадратный трехчлен  $f(x)$ . Всегда ли можно найти такой многочлен четвертой степени  $g(x)$ , что уравнение  $f(g(x)) = 0$  не имеет решений?

2. Натуральное число  $n > 100$  разделили с остатком на 10, 35 и 42. Оказалось, что сумма остатков от деления на 35 и 42 равна остатку от деления на 10. Докажите, что число  $n$  — составное.

3. На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $KB = LC$ . Точка  $X$  симметрична  $K$  относительно середины стороны  $AC$ , а точка  $Y$  симметрична  $L$  относительно середины стороны  $AB$ . Докажите, что прямая, содержащая биссектрису угла  $A$ , делит отрезок  $XY$  пополам.

4. В квадрате  $100 \times 100$  отмечены  $k$  клеток таким образом, что при любом разрезании квадрата по линиям сетки на два прямоугольника один из прямоугольников содержит хотя бы 100 отмеченных клеток. При каком наименьшем  $k$  это возможно?

5. Про попарно различные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  известно, что  $a = ab + c$ ,  $b = bc + a$ ,  $c = ca + b$ . Какие значения может принимать выражение  $a + b + c$ ?