[Кировская Летняя Многопредметная Школа]

[*3–28 июля 2019 г.*] группа: Профи *6 июля 2019 г.*

Разнобой 2.

1. При каком наибольшем k из любого набора из $2n$ целых чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{2n}$ таких, что $-n \leqslant x_i \leqslant n$ и $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = k$ можно выбрать несколько чисел с суммой 0?

2. В графе n вершин и mn рёбер (где $n > 2m$). Докажите, что в этом графе существует простой цикл длины хотя бы $m + 2$.

3. Многочлен с целыми коэффициентами таков, что в каждой целой точке он делится на одно из простых чисел $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Докажите, что найдётся такое p_i, что этот многочлен в каждой целой точке делится на p_i.

4. Различные натуральные числа x, y и z удовлетворяют условию НОК$[x, y]$ - НОК$[x, z]$ $= y - z$. Докажите, что y и z делятся на x.

5. В треугольнике ABC точка I — центр вписанной окружности, O — центр описанной окружности. Пусть A' — отражение A относительно O. Пусть $A'I$ пересекает описанную окружность в точке T, а S — точка пересечения AT и BC. Докажите, что $IS \perp IA$.

[Кировская Летняя Многопредметная Школа]

[*3–28 июля 2019 г.*] группа: Профи *6 июля 2019 г.*

Разнобой 2.

1. При каком наибольшем k из любого набора из n чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{2n}$ таких, что $-n \leqslant x_i \leqslant n$ и $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = k$ можно выбрать несколько чисел с суммой 0?

2. В графе n вершин и mn рёбер (где $n > 2m$). Докажите, что в этом графе существует простой цикл длины $m + 2$.

3. Многочлен с целыми коэффициентами таков, что в каждой целой точке он делится на одно из простых чисел $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Докажите, что найдётся такое p_i, что этот многочлен в каждой целой точке делится на p_i.

4. Различные натуральные числа x, y и z удовлетворяют условию НОК$[x, y]$ - НОК$[x, z]$ $= y - z$. Докажите, что y и z делятся на x.

5. В треугольнике ABC точка I — центр вписанной окружности, O — центр описанной окружности. Пусть A' — отражение A относительно O. Пусть $A'I$ пересекает описанную окружность в точке T, а S — точка пересечения AT и BC. Докажите, что $IS \perp IA$.