Второй разнобой

1. Вещественные числа x и y таковы, что $x - 2\sqrt{x+2} = 2\sqrt{y+3} - y$. Найдите наибольшее возможное значение $x + y$.

2. Дана бесконечная последовательность a_1, a_2,... Известно, что $a_1 > 1$ и при любом натуральном n верно, что $a_{n+1} = \frac{a_n}{\sqrt{\{a_n\}}}$. Докажите, что в этой последовательности найдётся элемент, больший $2019 \cdot 2020$.

3. Докажите, что точка внутри треугольника, для которой сумма квадратов расстояний до сторон минимальна — это точка Лемуана этого треугольника.

4. Докажите, что число $2^{7^{2019}} + 1$ имеет не менее 2020 различных простых делителей в разложении

5. Назовём раскраску вершин n-угольника в 3 цвета *потрясающей*, если этот многоугольник можно разрезать на треугольники, в каждом из которых встречаются все цвета. Сколько существует потрясающих раскрасок?

6. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны соответственно точки A_1 и C_1 так, что $AA_1 = CC_1$. Отрезки AC_1 и CA_1 пересекаются в точке P, а прямая DP пересекает сторону BC в точке M. Докажите, что $CM = CD$.