

Пошаговое конструирование.

1. Есть кран, раковина и два бидона емкостью 19 и 20 литров без делений. Как отмерить ровно 11 литров воды?
2. Давным-давно в стране СССР имелись в обращении 3-копеечные и 5-копеечные монеты. Докажите, что можно было набрать любую сумму более 7 копеек только такими монетами.
3. Докажите, что квадрат можно разрезать на любое, большее пяти, число квадратов (не обязательно одинаковых).
4. (a) На крайней клетке доски 1×101 сидит кузнечик. Одним прыжком он может перепрыгнуть через одну или две клетки и приземлиться в следующей. Сможет ли он побывать на всех клетках ровно по одному разу? (b) То же на доске 1×99 ?
5. Можно ли поверхность куба оклеить без перекрытий (a) 16-ю одинаковыми прямоугольниками? (b) 15-ю одинаковыми прямоугольниками?
6. Маляр может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку шахматной доски, после этого он перекрашивает её в противоположный цвет. Изначально вся доска белая, а маляр находится на угловой клетке. Докажите, что он может покрасить доску в любой узор.



7. (a) Докажите, что существуют 3 различных натуральных числа таких, что каждое является делителем суммы всех остальных; (b) 4 числа; (c) 2013 чисел.

Для самостоятельного решения

8. В каждой клетке клетчатого квадрата 10×10 провели по диагонали. Докажите, что можно покрасить каждый из 200 получившихся треугольников в один из трёх цветов так, чтобы треугольники одинакового цвета по стороне не граничили.
9. В каждой клетке шахматной доски стоит 0. Разрешается выбрать любые две клетки, соединённые ходом коня, и увеличить на 1 стоящие в них числа. Можно ли добиться того, чтобы в клетках оказались числа 1, 2, ..., 64 (в любом порядке)?