

Раскраски.

1. Можно ли выложить шахматную доску 32 доминошками так, чтобы 17 из них были расположены горизонтально, а 15 – вертикально?
2. Докажите, что доску 10×10 нельзя разрезать на Т-тетрамино.
3. Докажите, что доску 10×10 нельзя разрезать на L-тетрамино.
4. Докажите, что доску 10×10 нельзя разрезать на полосы длины 4.
5. Из доски 8×8 вырезали угловую клетку. Можно ли оставшуюся часть разрезать на прямоугольники 3×1 ?
6. Замок имеет форму правильного треугольника, разбитого на 25 одинаковых залов, каждый из которых также имеет форму правильного треугольника (всего по 5 слоев в каждом из трех направлений). В стене между любыми двумя залами есть дверь. Путник хочет обойти как можно больше залов, не заходя ни в один зал дважды. Какое наибольшее количество залов ему удастся обойти?
7. Из доски 5×5 вырезали одну клеточку, а оставшуюся часть порезали на полосы длины 3. Докажите, что вырезанная клетка – центральная.
8. Дно прямоугольной коробки покрыто плитками 2×2 и 1×4 . Одна плитка 2×2 потерялась. Можно ли вместо нее воспользоваться плиткой 1×4 для покрытия дна коробки иным образом ?

Для самостоятельного решения

9. Докажите, что числа от 40 до 99 нельзя разбить на группы по 4 числа так, чтобы числа каждой группы в одном разряде совпадали, а цифры другого разряда шли бы подряд (например “{54, 55, 56, 57}”; “{44, 54, 64, 74}”)
10. Докажите, что доску 75×75 нельзя разрезать на пятиклеточные кресты и доминошки.
11. Из доски 29×29 по линиям сетки вырезаны 99 квадратов 2×2 . Докажите, что из оставшейся части доски можно вырезать еще хотя бы один такой же квадрат.

Для тех, кто решил всё предыдущее

12. Докажите, что доску $m \times n$ можно разрезать на прямоугольники $1 \times k$ тогда и только тогда, когда хотя бы одно из чисел m или n делится на k .

