

Игры.

*Два игрока по очереди ломают друг другу ноги.
Проигрывает тот, кто не может ходить...*

Замечание. Пусть в игре проигрывает тот, кто не может сделать ход. Тогда если игрок X играет так, что у него всегда есть возможность ответить на ход соперника, то он *не проигрывает*.

1. Дана доска 9×9 . Двое по очереди выставляют на нее королей так, чтоб они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть?

2. Двое по очереди ставят слонов на шахматную доску. Очередным ходом нужно побить хотя бы одну небитую клетку. Фигура бьет и ту клетку, на которой стоит. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

3. На доске написано число. Двое по очереди делят его на какой-либо простой делитель и результат записывают вместо старого числа. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. На плоскости отмечено 100 точек, являющихся вершинами правильного 100-угольника. Двое играют в следующую игру: каждый по очереди соединяет две вершины многоугольника отрезком, соблюдая следующие правила: нельзя соединять две точки, хотя бы одна из которых уже соединена с чем-то, и нельзя пересекать уже проведенные отрезки. Проигрывает тот, кто не может сделать очередного хода согласно этим правилам. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Есть кучка n камней. За ход можно разделить любую непустую кучку на две непустые кучки. Проигрывает игрок, который не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

6. По линиям сетки обвели контур прямоугольника $3 \times n$, n чётно. Двое играют в игру. Они по очереди проводят одну из ненарисованных ранее линий сетки внутри прямоугольника. Проигрывает тот, после чьего хода образуется клетка 1×1 с четырьмя нарисованными сторонами. Кто выигрывает при правильной игре?

7. Двое играют на доске 8×8 , закрашивая её клетки – каждый в свой цвет (красный и синий для первого и второго игрока соответственно). В начальный момент времени a_1 закрашена в красный цвет, h_8 – в синий. За ход игрок красит одну из незакрашенных клеток, соседних (по вертикали или горизонтали) с последней закрашенной его цветом, в свой цвет – «ведёт змейку». Красить повторно или перекрашивать закрашенные противником нельзя! Кто не может сделать ход – проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

8. Петя и Вася выписывают 12-значное число, ставя цифры по очереди, начиная со старшего разряда. Начинает Вася. Докажите, что какие бы цифры он не писал, Петя всегда сможет добиться, чтобы получившееся число делилось на 9.

9. У ромашки а) 12 лепестков; б) 11 лепестков. За ход разрешается сорвать либо один лепесток, либо два лепестка. Проигрывает игрок, который не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

10. У ромашки а) 12 лепестков; б) 11 лепестков. За ход разрешается сорвать либо один лепесток, либо два *рядом растущих* лепестка. Проигрывает игрок, который не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

Для самостоятельного решения

11. По кругу расставлены 50 фишек. Дима и Саша по очереди убирают фишки, выбирая каждым своим ходом любые три, пока не останется всего две фишки. Если две оставшиеся фишки вначале не стояли рядом, выигрывает Дима, а в противном случае выигрывает Саша. Дима ходит первым. Кто выиграет при правильной игре?

12. Двое игроков по очереди выставляют на доску 65×65 по одной шашке. При этом ни в одной линии (горизонтали или вертикали) не должно быть больше двух шашек. Кто не может сделать ход – проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?