

Комбинаторика – 3.

1. (а) Сколькими способами можно выбрать из 20 человек босса и заместителя?
(б) Сколькими способами можно выбрать из 20 человек двоих дежурных?
2. (а) Из 13 карт выбираем три и выкладываем их в ряд. Сколькими способами это можно сделать?
(б) Есть 13 точек, никакие три не лежат на одной прямой. Сколько имеется треугольников с вершинами в этих точках?
3. В клубе настольных игр у Валентины Александровны участвуют 4 девочки и 8 мальчиков. Для участия в конкурсе нужно выбрать
(а) пять человек;
(б) пять человек, среди которых ровно одна девочка;
(с) пять человек, среди которых должна быть хотя бы одна девочка.
Сколькими способами это можно сделать?
- Определение. Количество способов выбрать из n элементов k элементов называется *числом сочетаний из n по k* и обозначается C_n^k .
4. Докажите, что $C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
5. У одного школьника есть 6 книг по математике, а у другого – 8. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
6. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на чёрных полях шахматной доски?
7. Лестница имеет 20 ступенек. Отрок взбирается по лестнице прыжками, делая ровно 7 прыжков. Сколькими способами отрок может преодолеть лестницу?
8. (а) 15 человек нужно разбить на баскетбольную, волейбольную и футбольную команды по 5 человек. Сколькими способами это можно сделать?
(б) 15 человек нужно разбить на три футбольные команды по 5 человек. Сколькими способами это можно сделать?
(с) 15 человек нужно разбить на две футбольные и волейбольную команды по 5 человек. Сколькими способами это можно сделать?
9. Сколькими способами тяжело раненная ладья (ходит только вверх или вправо ровно на одно поле) может добраться:
(а) из клетки $a1$ в клетку $h8$;
(б) из клетки $a1$ в клетку $h8$, не заходя в клетку $c5$.

Для самостоятельного решения

10. В классе n мальчиков и n девочек. На уроке дети должны разбиться на пары. Сколькими способами они могут это сделать, если
(а) в каждой паре должны быть мальчик и девочка;
(б) пары могут быть произвольными?
11. Сколько прямоугольников из клеточек есть на шахматной доске?

Для тех, кто решил всё предыдущее

12. В выпуклом n -угольнике провели все диагонали (а сколько их?), и никакие три не пересеклись в одной внутренней точке. Сколько получилось точек пересечения диагоналей?
13. На полке стоит 20 книг. Сколькими способами можно выбрать 5 из них так, чтобы никакие две не стояли рядом?