

## Матбой–междусобой.

1. Вася задумал два натуральных числа. Далее он сложил их сумму, произведение, разность и частное. Могло ли у него получиться 2013?

2. В Пустоземье живут три племени: эльфы, гоблины и хоббиты. Эльф всегда говорит только правду, гоблин всегда лжёт, а хоббит через раз говорит то правду, то ложь. Однажды за круглым столом пировало несколько пустоземцев, и один из них сказал, указав на своего левого соседа: «Он - хоббит». Сосед сказал: «Мой правый сосед солгал». В точности ту же фразу затем повторил его левый сосед, потом её же произнёс следующий по кругу, и так они говорили «Мой правый сосед солгал» много-много кругов, да и сейчас ещё, возможно, говорят. Определите, из каких племён были пирующие, если известно, что за столом сидело десять жителей Пустоземья.

3. В стране было 2013 городов. Из каждого города выходили 4 дороги. Государственная Дума издала закон, согласно которому по каждой дороге можно ездить только в одну сторону. Докажите, что найдётся город, у которого стало чётное число входящих дорог.

4. В корпусе 10 жилых комнат. Жители этих комнат просыпаются по очереди. Если дверь их комнаты на месте, то они снимают дверь какой-то другой из этих комнат и уносят ее на склад. Если же дверь их комнаты унесена, то они забирают со склада любую дверь и вешают ее на место своей. Какое наибольшее количество дверей могло оказаться на складе после того, как все проснулись?

5. На доске размером  $30 \times n$  клеток расставлено несколько ладей таким образом, что каждая ладья бьёт ровно одну другую. При этом в каждой вертикали и в каждой горизонтали стоит как минимум одна ладья. Докажите, что  $n$  делится на 3.

6. Разбойники Габ и Рик делят кучу из 666 монет. Сначала Рик раскладывает кучу на 7 непустых кучек с разным числом монет. Затем Габ выбирает четыре самые меньшие кучки и отдаёт Рику, а остальное забирает себе. Какое наибольшее число монет заведомо сможет получить Габ?

7. В 15-литровые вёдра налито соответственно 1, 2, 3, 4 и 5 литров воды. Разрешается перелить из любого ведра в другое вдвое больше воды, чем в нём уже есть. Какое наибольшее количество воды можно собрать в одном ведре?

8. На карте (см. рисунок) точками отмечены города, некоторые соединены дорогами. Играют двое. За ход каждый игрок захватывает один город, который не был никем захвачен ранее. Нельзя захватывать город, соединённый дорогой с городом противника. Проигрывает тот, кто не сможет сделать свой ход по правилам игры. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?

