

Делимость—1.

1. С вечернего чая идёт стройная колонна шестиклассников. У каждого пряники: в одном кармане в три раза больше, чем в другом. Шестиклассник Петя утверждает, что всего у них ровно 2013 пряников. Докажите, что Петя ошибается.

2. Можно ли монетами в 14 и 35 шиллингов заплатить без сдачи сумму в 2013 шиллингов?

3. Петя написал на доске пример на умножение двух двузначных чисел, а затем заменил в нём все цифры на буквы, причём одинаковые цифры – на одинаковые буквы, разные – на разные. В итоге у него получилось $AB \cdot BG = DDEE$. Докажите, что он где-то ошибся.

Определение. Целое число a *делится* на целое ненулевое число b , если существует такое целое число k , что $a = bk$. В таком случае число b называется делителем числа a , число a называется кратным числу b . Обозначение: $a : b$, $b | a$.

4. (a) $a + 1$ делится на 3. Докажите, что $4 + 7a$ делится на 3.

(b) $2 + a$ и $35 - b$ делятся на 11. Докажите, что $a + b$ делится на 11.

5. Докажите, что если сумма

(a) любых двух из трёх чисел делится на 3, то и сумма всех трёх чисел делится на 3.

(b) любых трёх из четырёх чисел делится на 4, то и каждое число делится на 4.

ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ.

1) Любое натуральное число, большее 1, можно разложить на простые множители.

2) Это разложение единственно с точностью до перестановок множителей.

6. Перечислите все делители чисел: (a) $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$; (b) 1001.

7. Представьте число 111 в виде суммы нескольких натуральных чисел (не обязательно различных) так, чтобы произведение этих чисел также было бы равно 111.

8. (a) Докажите, что произведение двух последовательных целых чисел делится на 2.

(b) трёх – на 3!

(c) четырёх – на 4!

(d) пяти – на 5!

Для самостоятельного решения

9. Можно ли расставить по кругу семь натуральных чисел так, чтобы любые два соседних числа имели общий делитель, больший 1, а любые два не соседних числа были взаимно просты?

10. Назовём дробь актуальной, если сумма её числителя и знаменателя равна 100. Всякую ли дробь можно выразить через актуальные с помощью сложения и вычитания?

11. Можно ли расставить по кругу 11 различных натуральных чисел так, чтобы для любых двух соседних чисел отношение большего из них к меньшему было простым числом?