XXVI Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль. 3-28.VII.2010 г. 7 класс

Вступительная олимпиада. 4 июля

1. На доске вначале выписаны два числа: 3 и 6. За один ход разрешается увеличить любое число на доске на сумму цифр любого из выписанных (в том числе на сумму цифр его самого). Можно ли добиться того, чтобы каждое число превратилось в 2010?

2. 2010 шариков раскрасили в 7 цветов радуги. На каждом шаре написали общее количество шаров такого же цвета, как и этот (включая данный шарик). Чему может быть равна сумма чисел, обратных к написанным?

3. Каждый из 7 мальчиков имеет не менее 3 братьев среди остальных 6. Докажите, что все мальчики братья.

4. В треугольнике ABC проведена медиана AF. Точка D — середина отрезка AF, E — точка пересечения прямой CD и стороны AB. Известно, что $BD = BF = CF$. Докажите, что $AE = DE$.

5. Число 1047 при делении на A дает остаток 23, а при делении на $A+1$ — остаток 7. Найдите A.

6. На острове живут 100 рыцарей и 100 лжецов, у каждого из них есть хотя бы один друг. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды утром каждый житель произнес либо фразу "Все мои друзья — рыцари", либо фразу "Все мои друзья — лжецы", причем каждую из фраз произнесло ровно 100 человек. Найдите наименьшее возможное число пар друзей, один из которых рыцарь, а другой — лжец.

7. Вася поставил на шахматную доску 8×8 31 фишку: 16 на черные поля и 15 на белые. Докажите, что какие-то две фишки стоят на полях, имеющих общую сторону.