

**Матбой 6 — 7 . 17.07.2010**

1. В клетках прямоугольника  $5 \times 9$  стоят 33 фишки. Ход состоит в том, что все фишки одновременно сдвигаются так, чтобы каждая фишка оказалась на клетке, соседней с исходной. При этом запрещается ставить две фишки на одну клетку (в том числе и в начальной позиции). Кроме того, если какая-то фишка передвинулась по горизонтали, то в следующий ход она должна передвигаться по вертикали, и наоборот. Докажите, что по этим правилам невозможно сделать подряд 100 ходов.

2. При каком наименьшем  $k$  полосу клетчатой бумаги шириной 2 и длиной  $k$  клеточек можно без остатка разрезать на 7 клетчатых прямоугольников, среди которых нет одинаковых?

3. Бассейн наполняется четырьмя трубами. Если одновременно включить первую, вторую и третью, он наполнится за 10 часов, если вторую, третью и четвёртую - за 8 часов, если вторую и третью - за 15 часов. За какое время наполнится бассейн, если одновременно включить все четыре трубы?

4. Встретились как-то правдивый человек, который всегда говорит правду, лжец, который всегда лжёт, и политик, который говорит то, что ему выгодно в данный момент. Каждому из них задали вопрос, кто он. Первый сказал, что он правдивый человек, второй - что он лжец, а третий - что он не политик. Кто есть кто на самом деле?

5. На микрокалькуляторе ТыкДык-2000 есть кнопки “+1”, “−16”, “−9” и “+8”, причём калькулятор взрывается, как только в него попадает число, делящееся на 8. Докажите, что из числа 1 нельзя получить ровно за 2000 операций число 2001, не взорвав калькулятор.

6. В королевстве Логрия живут рыцари. Любые два из них враждуют (например, сэр Гавейн враждует с сэром Ланселотом), дружат, или вовсе друг к другу безразличны. Друг врага рыцаря — враг этого рыцаря. Докажите, что хотя бы у одного рыцаря врагов больше, чем друзей.

7. Суммарный возраст 33 одноклассников составляет 430 лет. Доказать, что из них можно выбрать 20 так, что их суммарный возраст составит более 260 лет.

8. Делится ли на 5 количество упорядоченных пятерок натуральных чисел  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$  таких, что  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} = \frac{1}{67}$ ?

**Матбой 6 — 7 . 17.07.2010**

1. В клетках прямоугольника  $5 \times 9$  стоят 33 фишки. Ход состоит в том, что все фишки одновременно сдвигаются так, чтобы каждая фишка оказалась на клетке, соседней с исходной. При этом запрещается ставить две фишки на одну клетку (в том числе и в начальной позиции). Кроме того, если какая-то фишка передвинулась по горизонтали, то в следующий ход она должна передвигаться по вертикали, и наоборот. Докажите, что по этим правилам невозможно сделать подряд 100 ходов.

2. При каком наименьшем  $k$  полосу клетчатой бумаги шириной 2 и длиной  $k$  клеточек можно без остатка разрезать на 7 клетчатых прямоугольников, среди которых нет одинаковых?

3. Бассейн наполняется четырьмя трубами. Если одновременно включить первую, вторую и третью, он наполнится за 10 часов, если вторую, третью и четвёртую - за 8 часов, если вторую и третью - за 15 часов. За какое время наполнится бассейн, если одновременно включить все четыре трубы?

4. Встретились как-то правдивый человек, который всегда говорит правду, лжец, который всегда лжёт, и политик, который говорит то, что ему выгодно в данный момент. Каждому из них задали вопрос, кто он. Первый сказал, что он правдивый человек, второй - что он лжец, а третий - что он не политик. Кто есть кто на самом деле?

5. На микрокалькуляторе ТыкДык-2000 есть кнопки “+1”, “−16”, “−9” и “+8”, причём калькулятор взрывается, как только в него попадает число, делящееся на 8. Докажите, что из числа 1 нельзя получить ровно за 2000 операций число 2001, не взорвав калькулятор.

6. В королевстве Логрия живут рыцари. Любые два из них враждуют (например, сэр Гавейн враждует с сэром Ланселотом), дружат, или вовсе друг к другу безразличны. Друг врага рыцаря — враг этого рыцаря. Докажите, что хотя бы у одного рыцаря врагов больше, чем друзей.

7. Суммарный возраст 33 одноклассников составляет 430 лет. Доказать, что из них можно выбрать 20 так, что их суммарный возраст составит более 260 лет.

8. Делится ли на 5 количество упорядоченных пятерок натуральных чисел  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$  таких, что  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} = \frac{1}{67}$ ?