

Разнобой-1. 5 июля.

1. Сережа написал на доске три натуральных числа, а затем вычислил их попарные НОДы и НОКи. Могла ли сумма шести полученных чисел оказаться равной 1001?
2. Сколько есть прямоугольников из клеток на шахматной доске?
3. В какое наименьшее количество цветов можно покрасить клетки таблицы 4×4 (каждая клетка может быть покрашена только в один цвет) так, чтобы для любых различных двух цветов нашлись две клетки, которые покрашены в эти цвета и имеют общую сторону?
4. В треугольнике ABC с $\angle A = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 . Прямые AC_1 и BB_1 пересекаются в точке T . Найдите углы треугольника A_1B_1T .
5. Существует ли степень двойки, из которой перестановкой цифр (0 ставить на первое место нельзя) можно получить другую степень двойки?
6. Докажите, что уравнение $x^3 + y^3 = 7 \cdot 8^k$ не имеет решений в натуральных числах.
7. На плоскости даны $2n$ точек. Два игрока по очереди выбирают по одной точке до тех пор, пока они не закончатся. Проигрывает тот, у кого сумма попарных расстояний между выбранными им точками меньше, чем у соперника. Кто выиграет при правильной игре – начинающий или его партнёр? (Все расстояния между данными точками и все суммы попарных расстояний для разных наборов точек попарно различны.)

Разнобой-1. 5 июля.

1. Сережа написал на доске три натуральных числа, а затем вычислил их попарные НОДы и НОКи. Могла ли сумма шести полученных чисел оказаться равной 1001?
2. Сколько есть прямоугольников из клеток на шахматной доске?
3. В какое наибольшее количество цветов можно покрасить клетки таблицы 4×4 (каждая клетка может быть покрашена только в один цвет) так, чтобы для любых различных двух цветов нашлись две клетки, которые покрашены в эти цвета и имеют общую сторону?
4. В треугольнике ABC с $\angle A = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 . Прямые A_1C_1 и BB_1 пересекаются в точке T . Найдите углы треугольника A_1B_1T .
5. Существует ли степень двойки, из которой перестановкой цифр (0 ставить на первое место нельзя) можно получить другую степень двойки?
6. Докажите, что уравнение $x^3 + y^3 = 7 \cdot 8^k$ не имеет решений в натуральных числах.
7. На плоскости даны $2n$ точек. Два игрока по очереди выбирают по одной точке до тех пор, пока они не закончатся. Проигрывает тот, у кого сумма попарных расстояний между выбранными им точками меньше, чем у соперника. Кто выиграет при правильной игре – начинающий или его партнёр? (Все расстояния между данными точками и все суммы попарных расстояний для разных наборов точек попарно различны.)