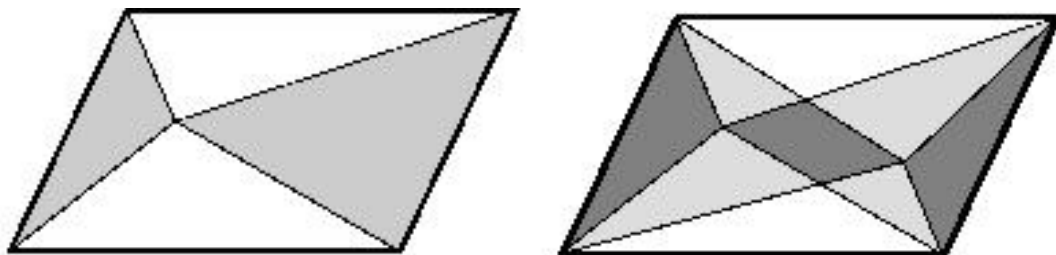
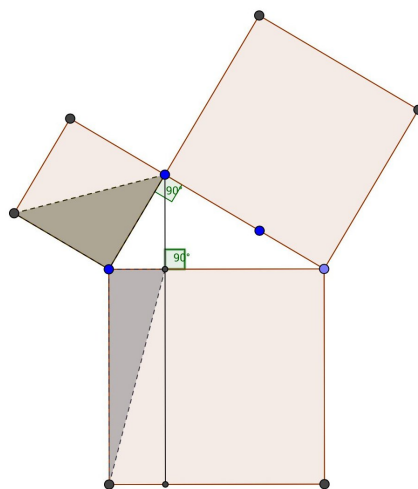


## Геометрический разбой. 9 июля.

1. а) Докажите, что на первом рисунке площадь закрашенной части равна площади незакрашенной.  
 б) Докажите, что на втором рисунке площадь закрашенной дважды части равна площади незакрашенной совсем.



2. На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CA$  треугольника  $ABC$ , площадь которого равна  $S$ , выбраны точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  так, что  $AC_1 = 2C_1B$ ,  $BA_1 = 2A_1C$  и  $CB_1 = 2B_1A$ . Чему равна площадь треугольника  $A_1B_1C_1$ ?  
 3. Дан равносторонний треугольник  $ABC$  и точка  $X$  внутри. Докажите, что сумма расстояний от точки  $X$  до сторон треугольника не зависит от точки  $X$ .  
 4т. а) На сторонах прямоугольного треугольника во внешнюю сторону построены квадраты. Докажите, что площади тёмных треугольничков на рисунке равны.



- б) Выведите отсюда теорему Пифагора.  
 5т. а) Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  перпендикулярны. Докажите, что  $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ .  
 б) Докажите, что если в четырёхугольнике  $ABCD$  выполнено  $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ , то его диагонали перпендикулярны.  
 6т. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  таковы, что  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$  и  $\angle A = \angle A_1$ . Докажите, что либо эти треугольники равны, либо  $\angle C + \angle C_1 = 180^\circ$ .  
 7. На гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрали точку  $D$  такую, что  $BC = CD$ . На катете  $BC$  выбрали такую точку  $E$ , что  $DE = CE$ . Докажите, что  $AD + BE = DE$ .  
 8. В треугольнике  $ABC$   $AB < AC$ . Прямая, проходящая через вершину  $B$  параллельно  $AC$ , пересекает биссектрису внешнего угла  $A$  в точке  $D$ . Прямая, проходящая через вершину  $C$  параллельно  $AB$ , пересекает эту биссектрису в точке  $E$ . На стороне  $AC$  выбрана точка  $F$  так, что  $FC = AB$ . Доказать, что  $DF = FE$ .  
 9. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $M$ , так что при этом  $\angle BAM = \angle ABC$ ,  $\angle AMB = 100^\circ$ ,  $\angle ACB = 70^\circ$ . Докажите, что  $BM < AC$ .