

Геометрические места точек.

Определение. Геометрическое место точек (ГМТ), обладающих данным свойством — это фигура, состоящая из тех и только тех точек, которые обладают этим свойством.

0.1. ГМТ, равноудаленных от данных точек A и B , есть серединный перпендикуляр к отрезку AB .

0.2. Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, и это центр описанной окружности.

0.3. ГМТ, равноудаленных от сторон данного угла и лежащих внутри данного угла, есть биссектриса данного угла.

0.4. Биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, и это центр вписанной окружности.

0.5. Дан треугольник ABC . Найдите ГМТ M таких, что $S_{AMB} = S_{AMC}$.

0.6. Медианы треугольника пересекаются в одной точке.

1. Лист бумаги согнут пополам. Докажите, что линия сгиба — прямая.

2. У треугольника есть три внеписанных окружности.

3. В плоскости даны две прямые. Найти геометрическое место точек, разность расстояний которых от этих прямых равна заданному отрезку.

4. Дан отрезок AB . Найдите ГМТ M таких, что

а) $AM + MB = AB$; б) $AM - MB = AB$.

5. Найдите ГМТ середин хорд длины d в данной окружности.

6. Дан треугольник ABC . Внутри него взяли точку M и соединили ее с вершинами. Получилось три треугольника. Найдите ГМТ M , для которых сумма площадей двух из этих треугольников будет равна площади третьего.

7. Даны точки A и B и число c . Найдите ГМТ P таких, что $AP^2 - BP^2 = c$.

8. Докажите, что высоты треугольника пересекаются в одной точке.

9. Дан прямоугольник $ABCD$.

а) Найдите ГМТ X , для которых $AX + BX = CX + DX$.

б) Найдите ГМТ X , для которых $AX + CX = BX + DX$.

10. Стороны AB и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ площади S не параллельны. Найдите геометрическое место точек X , лежащих внутри четырёхугольника, для которых $S(ABX) + S(CDX) = S/2$.

11. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). Найдите ГМТ M , из которых отрезки AB и AC видны под равными углами.