

Разнобой.

1. Есть 4 мешка с разными видами конфет. Сколькими способами можно угостить четырёх девочек конфетами так, что ни одной девочке не досталось четырёх одинаковых конфет?
2. Сколькими способами можно разрезать прямоугольник 2×11 на прямоугольник 1×2 ?
3. а) Чему равна сумма $C_n^k + 3C_n^{k+1} + 3C_n^{k+2} + C_n^{k+3}$?
 б) Пусть $m, n, k \in \mathbb{N}$, причем $m, n \geq k$. Чему равна сумма $C_n^0 C_m^k + C_n^1 C_m^{k-1} + \dots + C_n^k C_m^0$?
 в) Чему равна сумма $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$?
4. Докажите, что любое натуральное число от 1 до $n!$ можно представить в виде суммы не более чем n делителей числа $n!$.
5. Из вершины A треугольника ABC опустили перпендикуляры AD и AE на биссектрисы внешних углов B и C соответственно. Докажите, что $2 \cdot DE = AB + BC + CA$.
6. Найдите все простые числа p, q и r , для которых выполняется равенство: $p+q = (p-q)^r$.
7. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .
8. В ряд выписано 25 цифр. Разрешается ставить между ними плюс, минус, умножить и скобки (склеивать цифры нельзя). Докажите, что всегда можно получить ноль.

Разнобой.

1. Есть 4 мешка с разными видами конфет. Сколькими способами можно угостить четырёх девочек конфетами так, что ни одной девочке не досталось четырёх одинаковых конфет?
2. Сколькими способами можно разрезать прямоугольник 2×11 на прямоугольник 1×2 ?
3. а) Чему равна сумма $C_n^k + 3C_n^{k+1} + 3C_n^{k+2} + C_n^{k+3}$?
 б) Пусть $m, n, k \in \mathbb{N}$, причем $m, n \geq k$. Чему равна сумма $C_n^0 C_m^k + C_n^1 C_m^{k-1} + \dots + C_n^k C_m^0$?
 в) Чему равна сумма $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$?
4. Докажите, что любое натуральное число от 1 до $n!$ можно представить в виде суммы не более чем n делителей числа $n!$.
5. Из вершины A треугольника ABC опустили перпендикуляры AD и AE на биссектрисы внешних углов B и C соответственно. Докажите, что $2 \cdot DE = AB + BC + CA$.
6. Найдите все простые числа p, q и r , для которых выполняется равенство: $p+q = (p-q)^r$.
7. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .
8. В ряд выписано 25 цифр. Разрешается ставить между ними плюс, минус, умножить и скобки (склеивать цифры нельзя). Докажите, что всегда можно получить ноль.