

Геометрия. Теорема Фалеса и немного повторения.

1. На сторонах AB , BC и CA треугольника ABC , площадь которого равна S , выбрали точки C_1 , A_1 и B_1 так, что $AC_1 = 2C_1B$, $BA_1 = 2A_1C$ и $CB_1 = 2B_1A$. После этого вершины треугольника стёрли. Как по точкам A_1, B_1, C_1 с помощью циркуля и линейки восстановить вершины A , B и C .

2. Как при помощи циркуля и линейки разбить данный отрезок на n равных частей?

3. В треугольнике ABC провели медиану AM , а затем биссектрисы MK и ML треугольников ACM и ABM соответственно. Докажите, что прямая KL параллельна BC .

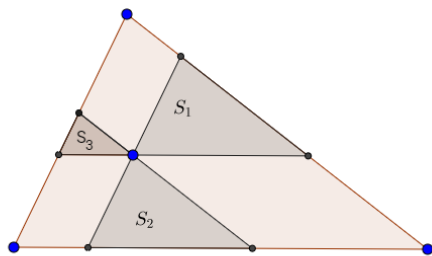
4. В четырёхугольнике три угла равны 45° . Докажите, что середины сторон этого четырёхугольника являются вершинами квадрата.

5. Из точки на стороне AB треугольника ABC выползает жучок Вячеслав. Сначала он ползет по прямой, параллельной AC , пока не достигнет стороны BC . Потом по прямой, параллельной AB , пока не достигнет AC . Потом по прямой, параллельной BC , пока не достигнет AB . И т. д. до тех пор, пока он не вернется в исходную точку. Докажите, что такой момент рано или поздно наступит.

6. Через точку внутри треугольника провели прямые, параллельные сторонам. Треугольник разделился на 6 частей, три из которых треугольники.

а) Площади этих треугольников равны S_1 , S_2 и S_3 . Чему равна площадь всего треугольника?

б) А если известно, что площади четырёхугольников равны S'_1, S'_2, S'_3 ?



7. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC выбраны такие точки C_1 и C_2 , A_1 и A_2 , B_1 и B_2 соответственно, что $AC_1 = C_1C_2 = C_2B$, $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$ и $CB_1 = B_1B_2 = B_2A$. После того как провели стороны треугольников $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ образовалось 6 маленьких треугольничков. Докажите, что все они равны.