Разнобой-6. 22 июля

1. После первого матча чемпионата Шакил О'Нил имел результативность бросков меньше 75%, а в конце чемпионата – больше 75%. Докажите, что был момент, когда его результативность его бросков была ровно 75%. Результативность бросков — это отношение числа попаданий в корзину к общему числу бросков.

2. Натуральное число заменяют суммой квадратов его цифр. Докажите, что для любого натурального числа после некоторого количества таких операций процесс зациклится.

3. На доске написано число 2. За ход можно к записанному числу прибавить один из его делителей отличный от самого этого числа. Проигрывает тот, кто получит число большее 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Петя разрезал прямоугольный лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков. Затем он проделал то же самое с одним из трёх получившихся кусков и т.д. Докажите, что после достаточного количества разрезаний можно будет выбрать среди получившихся кусков 100 многоугольников с одинаковым числом вершин (например, 100 треугольников или 100 четырёхугольников и т.д.).

5. а) Чему равна сумма $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \ldots k(k+1)(k+2)(k+3)$?

б) А чему равна сумма $1^4 + 2^4 + \ldots + k^4$?

6. Какие простые числа могут быть делителем чисел вида $2^n + 3^n + 6^n - 1$?

7. На столе лежат 2016 правильно идущих механических часов. Докажите, что для любой точки O на столе в какой-то момент времени сумма расстояний от O до концов минутных стрелок будет больше, чем сумма расстояний от O до центров циферблатов.

Кировская ЛМШ 2016 год *7 класс. Группа ПРОФИ.*

Разнобой-6. 22 июля

1. После первого матча чемпионата Шакил О'Нил имел результативность бросков меньше 75%, а в конце чемпионата – больше 75%. Докажите, что был момент, когда его результативность его бросков была ровно 75%. Результативность бросков — это отношение числа попаданий в корзину к общему числу бросков.

2. Натуральное число заменяют суммой квадратов его цифр. Докажите, что для любого натурального числа после некоторого количества таких операций процесс зациклится.

3. На доске написано число 2. За ход можно к записанному числу прибавить один из его делителей отличный от самого этого числа. Проигрывает тот, кто получит число большее 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Петя разрезал прямоугольный лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков. Затем он проделал то же самое с одним из трёх получившихся кусков и т.д. Докажите, что после достаточного количества разрезаний можно будет выбрать среди получившихся кусков 100 многоугольников с одинаковым числом вершин (например, 100 треугольников или 100 четырёхугольников и т.д.).

5. а) Чему равна сумма $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \ldots k(k+1)(k+2)(k+3)$?

б) А чему равна сумма $1^4 + 2^4 + \ldots + k^4$?

6. Какие простые числа могут быть делителем чисел вида $2^n + 3^n + 6^n - 1$?

7. На столе лежат 2016 правильно идущих механических часов. Докажите, что для любой точки O на столе в какой-то момент времени сумма расстояний от O до концов минутных стрелок будет больше, чем сумма расстояний от O до центров циферблатов.