

## Ликбез по графам.

1. Какие из следующих графов изоморфны?

- а) Семиугольник, у которого провели все диагонали через одну;
- б) семиугольник, у которого провели все диагонали через две;
- в) семиугольник, у которого провели все диагонали через три.

2. Вершины графа раскрасили в два цвета, при этом каждая синяя вершина соединена с 5 синими и 10 зелеными, а каждая зеленая – с 6 зелеными и 9 синими. Каких вершин в графе больше: синих или зеленых?

3. В графе 10 вершин и 3 компоненты связности. Какое наибольшее количество ребер может быть в этом графе?

4. В графе 100 вершин, каждая имеет степень по крайней мере 50. Докажите, что этот граф связан.

5. Докажите, что для любого графа либо он сам, либо его дополнение точно связны.

6. В графе 2016 вершин, причем ровно две вершины имеют нечетную степень. Докажите, что они находятся в одной компоненте связности.

7. Докажите, что из связного графа можно выкинуть вершину со всеми входящими ребрами так, чтобы оставшийся граф остался связным.

8. Докажите, что если степень каждой вершины графа равна 2, то он разбивается на непересекающиеся циклы.

9. Есть кусок проволоки длиной в 12. На какое наименьшее число кусков его можно разрезать так, чтобы из них можно было согнуть куб  $1 \times 1 \times 1$ ?