

8 класс, 4 июля, вступительная олимпиада

1. Даны три попарно различных числа. Квадрат первого из них равен сумме квадратов второго и третьего, а квадрат второго равен квадрату суммы первого и третьего. Чему может быть равна сумма чисел, написанных на доске?
2. Прямоугольник называется *длинным*, если его стороны относятся как 1:3. Докажите, что для любого натурального $n > 5$ квадрат можно разрезать на n длинных прямоугольников.
3. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$), угол B – тупой. На продолжении стороны AB за точку A отмечена точка D такая, что $AB = AD$. На продолжении стороны BC за точку B отмечена точка E такая, что ED перпендикулярно AC и AE перпендикулярно AB . Найдите углы треугольника ABC .
4. Какое наибольшее число различных прямых можно провести на плоскости так, чтобы среди любых 2016 из них нашлись две, образующие угол 40° ?
5. Каждый ученик ЛМШ записал на листочке несколько (не менее двух) натуральных чисел. Известно, что любые трое имеют общее число, которое записали они все. Докажите, что можно объявить некоторые натуральные числа *хорошими* так, чтобы у каждого ученика на листочке были как хорошие, так и плохие числа.
6. Вася выписывает на доску натуральные числа. Первое число равно 1, а каждое следующее число больше предыдущего либо на единицу, либо больше предыдущего в два раза. Может ли в какой-то момент времени сумма всех выписанных чисел оказаться равной 2000?