

Движения

Определение. *Преобразованием плоскости* называется отображение плоскости в себя.

Вопрос. Является ли преобразованием плоскости отображение всей плоскости в одну точку?

Определение. *Движением* называется преобразование плоскости, которое не меняет расстояний между точками.

Вопрос. Можно ли движением перевести всю плоскость в одну полуплоскость?

Определение. *Осевой симметрией* относительно прямой l называется преобразование плоскости, переводящее точку X в точку, симметричную ей относительно прямой l .

1. Докажите, что если H — ортоцентр треугольника ABC , то радиусы описанных окружностей треугольников AHB , BHC и CHA равны.

2. На сторонах ромба вовне построены равные равнобокие трапеции. Докажите, что точки пересечения их диагоналей образуют прямоугольник.

Определение. *Параллельным переносом* на вектор a называется преобразование плоскости, которое сопоставляет точке X конец вектора a , отложенного от точки X .

3. Постройте на сторонах данного угла отрезок, равный и параллельный данному.

4. Постройте параллелограмм по двум соседним вершинам, зная что две оставшиеся его вершины находятся на двух данных окружностях.

5. Найдите ГМТ X внутри ромба $ABCD$ таких, что $\angle AXB + \angle CXD = \angle BXC + \angle DXA$.

6. Выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны. Докажите, что прямые AB и CD составляют равные углы с прямой, проходящей через середины сторон BC и AD .

Определение. *Поворотом* с центром в точке O на угол α называется преобразование плоскости, переводящее точку X в точку X' такую, что $OX = OX'$ и $\angle XOX' = \alpha$, причём угол XOX' откладывается против часовой стрелки.

7. Даны три концентрические окружности и точка A на одной из них. Постройте правильный треугольник ABC так, чтобы точки B и C оказались на двух других окружностях.

8. Через центр правильного треугольника провели две прямые под углом 60° . Докажите, что отрезки прямых, заключенные внутри треугольника равны.

9. На сторонах правильного треугольника вовнутрь построили квадраты. Докажите, что их центры образуют правильный пятиугольник.

Вопрос. Что такое *центральная симметрия*?

10. Внутри угла расположена точка X . Постройте отрезок с концами на сторонах угла, делящийся точкой X пополам.

11. На сторонах параллелограмма во внешнюю сторону построили правильные треугольники. Докажите, что их добавленные вершины образуют параллелограмм.