

## Трезубец Симсона

1. Докажите что в треугольнике точка, симметричная ортоцентру относительно (а) стороны; (б) середины стороны, лежит на описанной окружности.
2. В треугольнике  $ABC$   $I$  – центр вписанной окружности,  $I_b$  – центр внеписанной окружности к стороне  $AC$ ,  $X$  – середина дуги  $AC$ ,  $O$  – середина описанной окружности. Докажите, что:  
(а)  $AICI_b$  – вписанный.  
(б) (Лемма о трезубце)  $XA = XI = XC = XI_b$ .
3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоты  $AE$  и  $CF$ . На прямую  $EF$  опустили перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$ . Докажите, что  $PF = QE$ .
4. Касательная в точке  $B$  к описанной окружности треугольника  $ABC$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $P$ . Точка  $L$  – основание биссектрисы угла  $B$ . Докажите, что треугольник  $PBL$  равнобедренный.
5. (Прямая Симсона) Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из точки описанной окружности треугольника на продолжения его сторон, лежат на одной прямой.

## Трезубец Симсона

1. Докажите что в треугольнике точка, симметричная ортоцентру относительно (а) стороны; (б) середины стороны, лежит на описанной окружности.
2. В треугольнике  $ABC$   $I$  – центр вписанной окружности,  $I_b$  – центр внеписанной окружности к стороне  $AC$ ,  $X$  – середина дуги  $AC$ ,  $O$  – середина описанной окружности. Докажите, что:  
(а)  $AICI_b$  – вписанный.  
(б) (Лемма о трезубце)  $XA = XI = XC = XI_b$ .
3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоты  $AE$  и  $CF$ . На прямую  $EF$  опустили перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$ . Докажите, что  $PF = QE$ .
4. Касательная в точке  $B$  к описанной окружности треугольника  $ABC$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $P$ . Точка  $L$  – основание биссектрисы угла  $B$ . Докажите, что треугольник  $PBL$  равнобедренный.
5. (Прямая Симсона) Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из точки описанной окружности треугольника на продолжения его сторон, лежат на одной прямой.

## Трезубец Симсона

6. Докажите что в треугольнике точка, симметричная ортоцентру относительно (а) стороны; (б) середины стороны, лежит на описанной окружности.

7. В треугольнике  $ABC$   $I$  – центр вписанной окружности,  $I_b$  – центр внеписанной окружности к стороне  $AC$ ,  $X$  – середина дуги  $AC$ ,  $O$  – середина описанной окружности. Докажите, что:

(а)  $AICI_b$  – вписанный.

(б) (Лемма о трезубце)  $XA = XI = XC = XI_b$ .

8. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоты  $AE$  и  $CF$ . На прямую  $EF$  опустили перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$ . Докажите, что  $PF = QE$ .

9. Касательная в точке  $B$  к описанной окружности треугольника  $ABC$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $P$ . Точка  $L$  – основание биссектрисы угла  $B$ . Докажите, что треугольник  $PBL$  равнобедренный.

10. (Прямая Симсона) Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из точки описанной окружности треугольника на продолжения его сторон, лежат на одной прямой.

## Трезубец Симсона

1. Докажите что в треугольнике точка, симметричная ортоцентру относительно (а) стороны; (б) середины стороны, лежит на описанной окружности.

2. В треугольнике  $ABC$   $I$  – центр вписанной окружности,  $I_b$  – центр внеписанной окружности к стороне  $AC$ ,  $X$  – середина дуги  $AC$ ,  $O$  – середина описанной окружности. Докажите, что:

(а)  $AICI_b$  – вписанный.

(б) (Лемма о трезубце)  $XA = XI = XC = XI_b$ .

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоты  $AE$  и  $CF$ . На прямую  $EF$  опустили перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$ . Докажите, что  $PF = QE$ .

4. Касательная в точке  $B$  к описанной окружности треугольника  $ABC$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $P$ . Точка  $L$  – основание биссектрисы угла  $B$ . Докажите, что треугольник  $PBL$  равнобедренный.

5. (Прямая Симсона) Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из точки описанной окружности треугольника на продолжения его сторон, лежат на одной прямой.