

Вступительная олимпиада. 04.07.2013

1.

2. У старика Хоттабыча есть три палочки. Вырвав из бороды волосок, он может удлинить любую выбранную им палочку ровно в три раза. Он может сделать такую операцию сколько угодно раз. Обязательно ли Хоттабыч сможет добиться, чтобы из его палочек можно было составить треугольник (вне зависимости от первоначальных длин палочек)?

3. На плоском ровном поле растут 6 деревьев: А, Б, В, Г, Д и Е. По полю проходит прямая дорога. Землеустроитель установил на дороге 17 столбов, и на каждом прикрепил табличку, на которой перечислены имена деревьев, причем первым указано ближайшее, вторым – второе по удаленности и т.д. Докажите, что найдутся два столба с одинаковыми табличками.

4. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC выбраны точки M , N и K , соответственно. Окружности, описанные около треугольников AMK и CNK , касаются прямой MN . Радиусы этих окружностей — R_1 и R_2 . Найти радиус окружности, описанной около треугольника MNB .

5. Решите в натуральных числах уравнение $abc + ab + c = a^3$.

6. На международной конференции 4 официальных языка. Известно, что любые два участника могут общаться на одном из этих языков. Докажите, что есть язык, на котором говорят не менее 60% участников.

Вступительная олимпиада. 04.07.2013

1.

2. У старика Хоттабыча есть три палочки. Вырвав из бороды волосок, он может удлинить любую выбранную им палочку ровно в три раза. Он может сделать такую операцию сколько угодно раз. Обязательно ли Хоттабыч сможет добиться, чтобы из его палочек можно было составить треугольник (вне зависимости от первоначальных длин палочек)?

3. На плоском ровном поле растут 6 деревьев: А, Б, В, Г, Д и Е. По полю проходит прямая дорога. Землеустроитель установил на дороге 17 столбов, и на каждом прикрепил табличку, на которой перечислены имена деревьев, причем первым указано ближайшее, вторым – второе по удаленности и т.д. Докажите, что найдутся два столба с одинаковыми табличками.

4. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC выбраны точки M , N и K , соответственно. Окружности, описанные около треугольников AMK и CNK , касаются прямой MN . Радиусы этих окружностей — R_1 и R_2 . Найти радиус окружности, описанной около треугольника MNB .

5. Решите в натуральных числах уравнение $abc + ab + c = a^3$.

6. На международной конференции 4 официальных языка. Известно, что любые два участника могут общаться на одном из этих языков. Докажите, что есть язык, на котором говорят не менее 60% участников.