

Многочлены от нескольких переменных. Овертайм. 10 июля

- 1 Опишите как устроены графики в трехмерном пространстве функций, заданных многочленами
 - а) $x^2 + y^2$ б) $y^2 + x^4 - 2yx^2 + 1$.
- 2 Докажите, что ненулевой многочлен степени не выше $p - 1$ от переменных x_1, x_2, \dots, x_n с коэффициентами из поля F_p не может принимать значение нуль для любых значений переменных из F_p .
- 3 Для каждого из нижеперечисленных подмножеств A точек на координатной плоскости установите, найдется ли многочлен $P(x, y)$, для которого A есть в точности множество точек, в которых он обращается в нуль?
 - а) A - конечное множество.
 - б) A - объединение конечного числа прямых.
 - в) $A = \{(\frac{1}{n^3}, 1 - \sqrt{\frac{1}{n}}) \mid n \in \mathbb{N}\}$.
 - г) $A = \{(x, y) \mid x, y > 0; xy = 1\}$.
 - д) $A = \{(x, y) \mid y = 2^x\}$.
- 4 Рассмотрим многочлен $\prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j)$ от переменных x_1, x_2, \dots, x_n . Докажите, что у него все коэффициенты равны $0, 1, -1$.