

## 9 класс, подобия и колпаки, 9 июля

### ТЕОРИЯ

**Определение. Гомотетией** называется геометрическое преобразование плоскости, переводящее точку  $X$  в точку  $X'$  такую, что  $OX' = kOX$  (точка  $O$  и число  $k$  фиксированы). Точку  $O$  называют **центром гомотетии**, а число  $k$  — **коэффициентом гомотетии**. Гомотетию обозначают  $H_O^k$ .

**Т1.** а) Каким преобразованием будет  $H_{O_2}^{k_2} \circ H_{O_1}^{k_1}$ ? (найдите неподвижную точку этого преобразования).

в) Справедливо ли равенство  $H_{O_2}^{k_2} \circ H_{O_1}^{k_1} = H_{O_1}^{k_1} \circ H_{O_2}^{k_2}$ ?

**Теорема 1.** Докажите, что композиция двух гомотетий ПОЧТИ ВСЕГДА — гомотетия.

Сразу во избежание иллюзий найдите случай, когда это не так. (значит, отношение гомотетичности НЕТРАНЗИТИВНО).

**Т2. Лемма о колпаках.** Общие внешние касательные к парам окружностей  $S_1$  и  $S_2$ ,  $S_2$  и  $S_3$ ,  $S_3$  и  $S_1$  пересекаются в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$  соответственно. Докажите, что точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на одной прямой.

**Подобием плоскости** называется такое преобразование плоскости, что для любых двух точек  $A$  и  $B$  выполняется условие  $A_1B_1 = kAB$ , где  $k$  — коэффициент подобия,  $A_1$  и  $B_1$  — образы точек  $A$  и  $B$ .

**Т3.** Докажите, что любое подобие плоскости можно представить как композицию некоторой гомотетии и некоторого движения или наоборот, некоторого движения и некоторой гомотетии.

**Т4.** Докажите, что любое подобие однозначно задается образами трех неколлинеарных точек.

**Т5.** Что представляет собой композиция гомотетии и параллельного переноса? Параллельного переноса и гомотетии?

## 9 класс, подобия и колпаки, 9 июля

### ТЕОРИЯ

**Определение. Гомотетией** называется геометрическое преобразование плоскости, переводящее точку  $X$  в точку  $X'$  такую, что  $OX' = kOX$  (точка  $O$  и число  $k$  фиксированы). Точку  $O$  называют **центром гомотетии**, а число  $k$  — **коэффициентом гомотетии**. Гомотетию обозначают  $H_O^k$ .

**Т1.** а) Каким преобразованием будет  $H_{O_2}^{k_2} \circ H_{O_1}^{k_1}$ ? (найдите неподвижную точку этого преобразования).

в) Справедливо ли равенство  $H_{O_2}^{k_2} \circ H_{O_1}^{k_1} = H_{O_1}^{k_1} \circ H_{O_2}^{k_2}$ ?

**Теорема 1.** Докажите, что композиция двух гомотетий ПОЧТИ ВСЕГДА — гомотетия.

Сразу во избежание иллюзий найдите случай, когда это не так. (значит, отношение гомотетичности НЕТРАНЗИТИВНО).

**Т2. Лемма о колпаках.** Общие внешние касательные к парам окружностей  $S_1$  и  $S_2$ ,  $S_2$  и  $S_3$ ,  $S_3$  и  $S_1$  пересекаются в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$  соответственно. Докажите, что точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на одной прямой.

**Подобием плоскости** называется такое преобразование плоскости, что для любых двух точек  $A$  и  $B$  выполняется условие  $A_1B_1 = kAB$ , где  $k$  — коэффициент подобия,  $A_1$  и  $B_1$  — образы точек  $A$  и  $B$ .

**Т3.** Докажите, что любое подобие плоскости можно представить как композицию некоторой гомотетии и некоторого движения или наоборот, некоторого движения и некоторой гомотетии.

**Т4.** Докажите, что любое подобие однозначно задается образами трех неколлинеарных точек.

**Т5.** Что представляет собой композиция гомотетии и параллельного переноса? Параллельного переноса и гомотетии?