

Решения задач вступительного теста.

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	14	2	15	30	38	15	4	61	0

Решения

1. В урне 5 черных, 6 синих и 7 зеленых шаров. Какое наименьшее число шаров надо достать с закрытыми глазами, чтобы среди них заведомо нашлись два шара разного цвета?

Решение. Если мы достанем меньше восьми шаров, то все они могут оказаться зелеными. Кроме того, если мы достанем восемь шаров, то среди них обязательно найдутся два шара разных цветов, так как наибольшее число шаров одного цвета может быть семь. Значит, наименьшее число шаров, которое надо достать с закрытыми глазами, чтобы среди них заведомо нашлись два шара разного цвета, равно восьми.

2. Забор огораживает треугольный участок со сторонами 20 м, 20 м и 30 м. Расстояние между соседними столбами забора равно 5 м. Сколько всего столбов в заборе?

Решение. В участке забора длиной 20 м используется 5 столбов, а в участке забора длиной 30 м используется 7 столбов. Кроме того, три столба в вершинах треугольного участка задействованы дважды. Поэтому всего в заборе $5 + 5 + 7 - 3 = 14$ столбов.

3. Периметр прямоугольника с целыми сторонами равен 20, площадь — 24. На сколько длина прямоугольника больше его ширины?

Решение. Пусть a, b — длина и ширина прямоугольника соответственно. Тогда по условию $2a + 2b = 20$ и $ab = 24$ или, что равносильно, $a + b = 10$ и $ab = 24$. Подбором находим, что $a = 6, b = 4$. Значит, $a - b = 2$.

4. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 30. Найдите уменьшаемое.

Решение. По условию в равенстве $a - b = c$ сумма уменьшаемого a , вычитаемого b и разности c равна 30, т. е. $a + b + c = 30$. Заменяв c на $a - b$, получим, что $a + b + (a - b) = 30$. Отсюда $2a = 30$. Значит, уменьшаемое a равно 15.

5. Люда съедает 100 грамм семечек за 20 минут, Полина — за 30 минут, Соня — за 60 минут. За сколько минут Люда, Полина и Соня вместе съедят 300 грамм семечек?

Решение. Заметим, что за 30 минут Люда съест 150 грамм семечек, Соня — 50 грамм, а Полина — 100 грамм. Значит, девочки съедят 300 грамм семечек за 30 минут.

6. Кабина с номером 27 находится в верхней точке колеса обозрения, а кабина с номером 8 — в нижней точке. Сколько всего кабин на колесе обозрения?

Решение. Между кабинами с номерами 8 и 27 по часовой стрелке находятся 18 кабин (это легко понять, уменьшив номера кабин на 7). По другую сторону относительно вертикальной оси находится точно такое же число кабин, т. е. 18. Значит, всего кабин $2 + 18 + 18 = 38$.

7. Дима идет от дома до школы 30 минут, а его брат — 40 минут. Через сколько минут Дима догонит брата, если он вышел из дома на 5 минут раньше?

Решение. Если бы Дима вышел на 10 минут позже, то догнал бы брата через 30 минут (у школы). Поскольку 5 вдвое меньше 10-ти, то он нагонит его вдвое быстрее, т. е. через 15 минут.

8. Две команды сыграли между собой 10 матчей. За победу давали 4 очка, за ничью – 2 очка, а за проигрыш – 1 очко. Вместе команды набрали 46 очков. Сколько было ничьих?

Решение. Если бы за проигрыш давали 0 очков, то в каждом матче было разыграно 4 очка. Поэтому в 10 матчах было бы разыграно 40 очков. Поскольку команды заработали на 6 очков больше, то было 6 матчей, в которых проигравшая команда набрала 1 очко. Значит, ничьи были в $10 - 6 = 4$ матчах.

9. У Альберта больше одной, но меньше ста книг. Он попытался связать их в пачки по две книги, но одна книга осталась. При попытках связать книги в пачки по три, по четыре или по пять книг у него также оставалась одна книга. Сколько книг у Альберта?

Решение. Отложим одну книгу в сторону. Тогда количество оставшихся книг без остатка делится на 2, 3, 4 и 5, т. е. на $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. Поскольку всего книг было меньше ста, но больше одной, то оставшихся книг в точности 60. Значит, у Альберта 61 книга.

10. На какую цифру оканчивается произведение $B \times I \times H \times H \times I \times P \times Y \times X$, если известно, что $ЖЖ + Ж = М\ddot{Е}\ddot{Д}$? Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми – одинаковые.

Решение. В ребусе $ЖЖ + Ж = М\ddot{Е}\ddot{Д}$ буквой Ж заменили цифру 9, так как если $Ж < 9$, то $ЖЖ + Ж$ – двузначное число. Далее, поскольку $Ж = 9$, то $М = 1$, $\ddot{Е} = 0$, $\ddot{Д} = 8$. Следовательно, буквы В, И, Н, П, У, Х заменяют в каком-то порядке оставшиеся шесть цифр (2, 3, 4, 5, 6, 7). Легко видеть, что их произведение оканчивается на 0.