

Заключительная олимпиада Довывод

Фамилия, имя участника _____

1	2	3	4	5	6	7	8	

В таблицу ничего не пишете – она нужна исключительно для оценок жюри.

- У двух мудрецов А и Б состоялся следующий диалог.
А: «Я задумал две различные цифры. Можешь угадать, чему равна их сумма?»
Б: «Конечно же нет. Дай подсказку.»
А: «Произведение этих цифр оканчивается той же цифрой, что и номер твоего дома.»
Б: «А, ну тогда я знаю эти числа. Их сумма равна ...»
Чему равна сумма?
- В треугольнике ABC проведены медианы AK и BL , пересекающиеся в точке M . Оказалось, что четырехугольник $CKML$ – вписанный. Найдите длину стороны AB , если известно, что $AK = BL = 3$.
- Назовем число N *небольшим*, если для любого натурального числа q остаток от деления N на q^2 меньше половины делителя. Найдите все *небольшие* N .
- На плоскости отмечают 12 различных точек. После этого точки разбиваются на 6 пар, и проводятся 6 отрезков, соединяющих точки из этих пар. Верно ли, что какие бы 12 точек ни были отмечены, то отрезки можно провести так, чтобы любые два из них пересекались?
- Все числа набора a_1, a_2, \dots, a_{100} принадлежат отрезку $[0; 1]$. Василий выбирает пару чисел a_i, a_j таким образом, чтобы квадратный трехчлен $x^2 - a_i x + a_j$ имел два различных действительных корня. Если ему это удалось, то он заменяет в наборе числа a_i и a_j на корни этого квадратного трехчлена. Докажите, что Василий сможет сделать лишь конечное число таких замен.

Олимпиада длится 4 часа. На решение довыводных задач даётся 2.5 часа.

Если участник решает 4 довыводных задачи, он получает выводные задачи и дополнительные 1.5 часа. Задачи могут решаться в любом порядке. После получения выводных задач можно дорешивать и оставшуюся довыводную задачу.

Задачи оцениваются «решил» - «не решил», количество решенных задач равно количеству баллов.

Каждая задача сдаётся устно, на каждую задачу даётся 3 попытки. Если для решения задачи требуются чертежи, вычисления, выкладки, то лучше заготовить их заранее – их можно взять с собой, и это сэкономит время.

Для сдачи задач (в т.ч. и выводных) необходимо принести с собой подписанный листок с условиями довывода. Таблица в условиях используется для оценок жюри, ответы в неё вписывать не нужно.

Удачи!

Заключительная олимпиада Довывод

Фамилия, имя участника _____

1	2	3	4	5	6	7	8	

В таблицу ничего не пишете – она нужна исключительно для оценок жюри.

- У двух мудрецов А и Б состоялся следующий диалог.
А: «Я задумал две различные цифры. Можешь угадать, чему равна их сумма?»
Б: «Конечно же нет. Дай подсказку.»
А: «Произведение этих цифр оканчивается той же цифрой, что и номер твоего дома.»
Б: «А, ну тогда я знаю эти числа. Их сумма равна ...»
Чему равна сумма?
- В треугольнике ABC проведены медианы AK и BL , пересекающиеся в точке M . Оказалось, что четырехугольник $CKML$ – вписанный. Найдите длину стороны AB , если известно, что $AK = BL = 3$.
- Назовем число N *небольшим*, если для любого натурального числа q остаток от деления N на q^2 меньше половины делителя. Найдите все *небольшие* N .
- На плоскости отмечают 12 различных точек. После этого точки разбиваются на 6 пар, и проводятся 6 отрезков, соединяющих точки из этих пар. Верно ли, что какие бы 12 точек ни были отмечены, то отрезки можно провести так, чтобы любые два из них пересекались?
- Все числа набора a_1, a_2, \dots, a_{100} принадлежат отрезку $[0; 1]$. Василий выбирает пару чисел a_i, a_j таким образом, чтобы квадратный трехчлен $x^2 - a_i x + a_j$ имел два различных действительных корня. Если ему это удалось, то он заменяет в наборе числа a_i и a_j на корни этого квадратного трехчлена. Докажите, что Василий сможет сделать лишь конечное число таких замен.

Олимпиада длится 4 часа. На решение довыводных задач даётся 2.5 часа.

Если участник решает 4 довыводных задачи, он получает выводные задачи и дополнительные 1.5 часа. Задачи могут решаться в любом порядке. После получения выводных задач можно дорешивать и оставшуюся довыводную задачу.

Задачи оцениваются «решил» - «не решил», количество решенных задач равно количеству баллов.

Каждая задача сдаётся устно, на каждую задачу даётся 3 попытки. Если для решения задачи требуются чертежи, вычисления, выкладки, то лучше заготовить их заранее – их можно взять с собой, и это сэкономит время.

Для сдачи задач (в т.ч. и выводных) необходимо принести с собой подписанный листок с условиями довывода. Таблица в условиях используется для оценок жюри, ответы в неё вписывать не нужно.

Удачи!