

Заключительная олимпиада

Вывод

6. Дан треугольник ABC . Вершины A, B, C отразили относительно сторон BC, AC, AB в точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Оказалось, что периметр треугольника $A_1B_1C_1$ на 4 больше периметра треугольника ABC . Докажите, что длина каждой из сторон треугольника ABC не меньше 1.
7. На доске нарисованы $n > 2$ вершин графа, рёбер нет. Два игрока по очереди проводят по одному ребру между двумя вершинами, при этом запрещено повторно проводить ребро между вершинами, если таковое уже имеется. Тот из игроков, после чьего хода в графе появится цикл нечетной длины, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
8. Даны натуральные числа a, b, c . Докажите неравенство:

$$\text{НОД}(a-1; b) \cdot \text{НОД}(b-1; c) \cdot \text{НОД}(c-1; a) \leq (a-1)b + (b-1)c + (c-1)a + 1$$

Не забудьте принести листок с довыводом для сдачи задач.

Заключительная олимпиада

Вывод

6. Дан треугольник ABC . Вершины A, B, C отразили относительно сторон BC, AC, AB в точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Оказалось, что периметр треугольника $A_1B_1C_1$ на 4 больше периметра треугольника ABC . Докажите, что длина каждой из сторон треугольника ABC не меньше 1.
7. На доске нарисованы $n > 2$ вершин графа, рёбер нет. Два игрока по очереди проводят по одному ребру между двумя вершинами, при этом запрещено повторно проводить ребро между вершинами, если таковое уже имеется. Тот из игроков, после чьего хода в графе появится цикл нечетной длины, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
8. Даны натуральные числа a, b, c . Докажите неравенство:

$$\text{НОД}(a-1; b) \cdot \text{НОД}(b-1; c) \cdot \text{НОД}(c-1; a) \leq (a-1)b + (b-1)c + (c-1)a + 1$$

Не забудьте принести листок с довыводом для сдачи задач.

Заключительная олимпиада

Послевывод

9. Каждая клетка квадратной таблицы 999×999 раскрашена в белый или красный цвет. Уголком назовем тройку из двух белых и одной красной клетки такую, что одна белая клетка стоит в том же столбце, а другая – в той же строке, что и красная клетка. Какое наибольшее количество уголков может быть в такой таблице?

Заключительная олимпиада

Вывод

6. Дан треугольник ABC . Вершины A, B, C отразили относительно сторон BC, AC, AB в точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Оказалось, что периметр треугольника $A_1B_1C_1$ на 4 больше периметра треугольника ABC . Докажите, что длина каждой из сторон треугольника ABC не меньше 1.
7. На доске нарисованы $n > 2$ вершин графа, рёбер нет. Два игрока по очереди проводят по одному ребру между двумя вершинами, при этом запрещено повторно проводить ребро между вершинами, если таковое уже имеется. Тот из игроков, после чьего хода в графе появится цикл нечетной длины, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
8. Даны натуральные числа a, b, c . Докажите неравенство:

$$\text{НОД}(a-1; b) \cdot \text{НОД}(b-1; c) \cdot \text{НОД}(c-1; a) \leq (a-1)b + (b-1)c + (c-1)a + 1$$

Не забудьте принести листок с довыводом для сдачи задач.

Заключительная олимпиада

Вывод

6. Дан треугольник ABC . Вершины A, B, C отразили относительно сторон BC, AC, AB в точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Оказалось, что периметр треугольника $A_1B_1C_1$ на 4 больше периметра треугольника ABC . Докажите, что длина каждой из сторон треугольника ABC не меньше 1.
7. На доске нарисованы $n > 2$ вершин графа, рёбер нет. Два игрока по очереди проводят по одному ребру между двумя вершинами, при этом запрещено повторно проводить ребро между вершинами, если таковое уже имеется. Тот из игроков, после чьего хода в графе появится цикл нечетной длины, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
8. Даны натуральные числа a, b, c . Докажите неравенство:

$$\text{НОД}(a-1; b) \cdot \text{НОД}(b-1; c) \cdot \text{НОД}(c-1; a) \leq (a-1)b + (b-1)c + (c-1)a + 1$$

Не забудьте принести листок с довыводом для сдачи задач.

Заключительная олимпиада

Послевывод

9. Каждая клетка квадратной таблицы 999×999 раскрашена в белый или красный цвет. Уголком назовем тройку из двух белых и одной красной клетки такую, что одна белая клетка стоит в том же столбце, а другая – в той же строке, что и красная клетка. Какое наибольшее количество уголков может быть в такой таблице?