

13 июля

Рекуррентные последовательности

Явное задание последовательности: указывается формула *общего члена* последовательности.

Рекуррентное задание последовательности: указываются k *первых членов* и *правило*, по которому каждый член последовательности выражается через k предыдущих.

Упражнение 1. На первой клетке полосы $1 \times n$ сидит кузнечик. За один прыжок кузнечик может прыгнуть вперед на одну, две или три клетки. Обозначим через b_n количество способов допрыгать из первой клетки в клетку с номером n . Задайте b_n рекуррентно через b_{n-1} , b_{n-2} и b_{n-3} .

Упражнение 2. Обозначим через a_n количество способов покрасить клетки прямоугольника $1 \times n$ так, чтобы не было закрашенных двух подряд идущих клеток. Найдите a_{10} .

1. Садовник, привив черенок редкого растения, оставляет его расти два года, а затем ежегодно берет от него по три черенка. С каждым новым черенком он поступает аналогично. Сколько растений будет у садовника на седьмом году роста первоначального растения?

2. Обозначим через a_n количество способов покрасить клетки прямоугольника $1 \times n$ так, чтобы не было закрашенных трех подряд идущих клеток. Найдите a_{10} .

3. Строгая учительница по алгебре ставит в журнал только двойки, тройки и четверки, причем никогда не ставит одному ученику две двойки подряд. Известно, что она поставила Вовочке шесть оценок за четверть. Сколькими различными способами она могла это сделать?

4. Каким числом способов можно покрасить клетки прямоугольника 2×6 так, чтобы не было полностью закрашенных квадратов 2×2 ?

5. Каким числом способов можно разрезать на доминошки прямоугольник $3 \times n$? Доску нельзя переворачивать и поворачивать.

6. Сколько существует 2021-значных чисел, в записи которых используются только цифры 1, 2, 3, 4, 5 (не обязательно все цифры присутствуют), таких что любые две соседние цифры в записи отличаются ровно на 1?