

13 июля

Георазнобой

1. На сторонах AB , BC , CD , DE пятиугольника $ABCDE$ отмечены середины K , L , M , N соответственно. Точка P – середина отрезка KM , Q – середина LN . Докажите, что $PQ \parallel AE$, и найдите, во сколько раз AE длиннее PQ .
2. Дан четырехугольник $ABCD$. На сторонах AB , BC , CD , DA отмечены точки A_1 и B_1 , B_2 и C_2 , C_1 и D_1 , D_2 и A_2 соответственно, причем стороны делятся ими на три равные части. Докажите, что отрезки A_1D_1 , B_1C_1 , B_2A_2 , C_2D_2 тоже делятся точками пересечения на три равные части.
3. BE и CF – высоты треугольника ABC , M – середина стороны BC . Докажите, что ME , MF и прямая, проходящая через A параллельно BC , являются касательными к описанной окружности треугольника AEF .
4. Вписанная окружность касается сторон AB , BC , CA треугольника ABC в точках C_0 , A_0 , B_0 соответственно. Прямая a проходит через середины отрезков AB_0 , AC_0 , аналогично определяются прямые b , c . Прямые a , b , c образуют треугольник. Докажите, что центр его описанной окружности совпадает с центром описанной окружности треугольника ABC .
5. На сторонах треугольника построили правильные треугольники во внешние стороны и отметили те их вершины, которые не являются вершинами исходного треугольника. Ирина Александровна решила, что это нерациональное использование пространства доски, поэтому стерла все, кроме отмеченных вершин. Помогите Ане и Маше восстановить исходный треугольник.