

Вопросы к зачету (алгебра)

1. Функция Эйлера, ее мультипликативность, явная формула. Теорема Эйлера. Тождество Гаусса.
2. Лемма Гензеля.
3. Показатели, первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю, их количество.
4. Иррациональность числа π .
5. Многочлены над \mathbb{Z}_p . Критерий Эйзенштейна. Теорема Шевалле-Варнинга.
6. Линейные системы: метод Гаусса, структура решений, рациональность решений. Однородные СЛУ. Связь между решениями СЛУ и ОСЛУ.
7. Суперпозиция: интерполяционный многочлен Лагранжа, китайская теорема об остатках, суммы степеней.
8. Применение СЛУ: дискретное уравнение теплопроводности, 101 корова, зарубки на отрезке.
9. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Подпространства. Линейная оболочка.
10. Размерность линейного пространства. Дополнение до базиса. Размерность подпространства. Существование бесконечной системы ЛНЗ векторов в бесконечномерном пространстве.
11. Ранг системы векторов. Равенство строчного и столбцового рангов матрицы. Размерность пространства решений ОСЛУ.
12. Скалярное произведение и его свойства. Линейная независимость ортогональной системы векторов. Задачи про супружеские пары, ЕГО, алгебраическую зависимость многочленов.
13. Линейные рекурренты, размерность пространства решений. Нахождение рекурренты в случае отсутствия кратных корней у характеристического уравнения.
14. Пространство функций на вершинах куба, его базис, заданный мономами. Задача о пересечениях подмножеств.
15. Теорема Франкла-Уилсона.
16. Combinatorial Nullstellensatz (доказательство).
17. Combinatorial Nullstellensatz (формулировка). Ее применение: теоремы Коши-Дэвенпорта и Эрдеша-Гайлбронна, задача о покрытии вершин куба гиперплоскостями.
18. Combinatorial Nullstellensatz (формулировка). Ее применение: обобщенная теорема Шевалле-Варнинга.
19. Обобщенная теорема Шевалле-Варнинга (формулировка). Ее применение: теорема Олсона, задача о p -регулярных подграфах.
20. Линейность в геометрии. Ориентированное расстояние, ориентированная площадь, прямые Ньютона и Гаусса.

Вопросы к зачету (геометрия)

1. Аффинные преобразования: определение, свойства.
2. Представление аффинного преобразования в виде композиции сжатия и поворотной гомотетии.
3. Эллипсы: определение, уравнение, образ окружности при аффинном преобразовании.
4. Теорема об эллипсе, вписанном в треугольник.
5. Поляра: определение, лемма о поляре.
6. Полярное преобразование, лемма о двойном отношении.
7. Проективные преобразования: определение; любые четыре точки общего положения можно перевести единственным проективным преобразованием в любые четыре точки общего положе-

8. Двойное отношение сохраняется при инверсии, при проективном преобразовании.
9. Теорема Паппа.
10. Теорема Дезарга.
11. Проективные преобразования и окружность: существование проективного преобразования, переводящего точку, лежащую внутри круга, в центр, а окружность в себя.
12. Проективные преобразования и окружность: существование проективного преобразования, переводящего прямую, не пересекающую окружность, на бесконечность, а окружность в себя.
13. Теорема Паскаля.
14. Теорема Брианшона.
15. Теорема о бабочке.

Вопросы к зачету (теория графов)

1. Сеть, поток, разрез. Величина потока и поток через любой разрез.
2. Теорема Форда-Фалкерсона.
3. Целочисленные сети. Максимальный поток в целочисленной сети.
4. Теорема Холла как следствие теоремы Форда-Фалкерсона.
5. Теоремы Кёнига как следствие теоремы Форда-Фалкерсона.
6. Реберная теорема Менгера.
7. Вершинная теорема Менгера.
8. Компоненты сильной связности ориентированного графа, их свойства. Граф компонент сильной связности. Случай турнирного графа.
9. Гамильтонов цикл в сильно связном турнирном графе.
10. Удаление вершины из турнирного графа с сохранением сильной связности.
11. Теорема Брукса.
12. Хроматический многочлен графа.
13. Оптимальные раскраски ребер графа, их свойства.
14. Реберное хроматическое число двудольного графа.
15. Теорема Визинга.