Двадцать четвертая Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль, 3–28 июля 2008 года, 10 класс (профи).

20 июля

Проективность и окружность 2.

I. Часть первая, теоретическая.

4. (теорема Брианшона) Пусть $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ — вершины описанного шестиугольника. Тогда прямые A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 пересекаются в одной точке.

II. Часть вторая, практическая.

6. Окружность Γ касается прямых, содержащих стороны AB и BC треугольника ABC, в точках D и E соответственно. Вторые касательные, проведенные из A и C к Ω касаются ее в точках F и G соответственно. Докажите, что прямые DG, FE и AC пересекаются в одной точке.

7. Окружность Γ касается сторон AB и BC треугольника ABC в точках D и E и его описанной окружности. Докажите, что прямая DE проходит через точку I — центр вписанной окружности треугольника ABC.

8. Пусть A_1, B_1, C_1 — основания высот, а A_2, B_2, C_2 — соответсвующие основания медиан треугольника ABC. Докажите, что точки пересечения прямых A_1B_2 и A_2B_1, A_1C_2 и A_2C_1, B_1C_2 и B_2C_1 лежат на одной прямой.

9. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и BC треугольника ABC пересекают прямые BC и AB в точках A_1 и C_1 соответственно. Биссектрисы углов A_1AC и C_1CA пересекаются в точке B'. Аналогично определяются точки A' и C'. Докажите, что точки A', B', C' лежат на одной прямой, проходящей через центр вписанной окружности треугольника.

Двадцать четвертая Летняя многопредметная школа Кировской области
Вишкиль, 3–28 июля 2008 года, 10 класс (профи).

20 июля

Проективность и окружность 2.

I. Часть первая, теоретическая.

4. (теорема Брианшона) Пусть $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ — вершины описанного шестиугольника. Тогда прямые A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 пересекаются в одной точке.

II. Часть вторая, практическая.

6. Окружность Γ касается прямых, содержащих стороны AB и BC треугольника ABC, в точках D и E соответственно. Вторые касательные, проведенные из A и C к Ω касаются ее в точках F и G соответственно. Докажите, что прямые DG, FE и AC пересекаются в одной точке.

7. Окружность Γ касается сторон AB и BC треугольника ABC в точках D и E и его описанной окружности. Докажите, что прямая DE проходит через точку I — центр вписанной окружности треугольника ABC.

8. Пусть A_1, B_1, C_1 — основания высот, а A_2, B_2, C_2 — соответсвующие основания медиан треугольника ABC. Докажите, что точки пересечения прямых A_1B_2 и A_2B_1, A_1C_2 и A_2C_1, B_1C_2 и B_2C_1 лежат на одной прямой.

9. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и BC треугольника ABC пересекают прямые BC и AB в точках A_1 и C_1 соответственно. Биссектрисы углов A_1AC и C_1CA пересекаются в точке B'. Аналогично определяются точки A' и C'. Докажите, что точки A', B', C' лежат на одной