

9 июля

Эллипсы. Изогональное сопряжение.

1. Докажите, что аффинное преобразование переводит окружность в эллипс.
 2. На плоскости даны прямая ℓ_0 и эллипс Θ . Прямая ℓ параллельна прямой ℓ_0 и пересекает эллипс Θ в точках A и B . Точка M_ℓ – середина отрезка AB . Докажите, что все точки M_ℓ лежат на одной прямой.
 3. На сторонах треугольника как на диагоналях построены параллелограммы с параллельными направлениями сторон. Докажите, что вторые диагонали этих параллелограммов пересекаются в одной точке.
- Определение.** Рассмотрим треугольник ABC и точку P на плоскости. Если для точки P существует такая точка Q , что $\angle(AB, PB) = \angle(QB, CB)$; $\angle(CA, PA) = \angle(QA, BA)$; $\angle(BC, PC) = \angle(QC, CA)$, то точка Q называется точкой, *изогонально сопряженной* к точке P .
4. Для каких точек существует изогонально сопряженная к ним точка?
 5. Найдите изогонально сопряженные точки к следующим точкам:
 - а) центр вписанной окружности;
 - б) центр внеписанной окружности;
 - в) ортоцентр;
 - г) барицентр.
 6. Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из двух изогонально сопряженных точек, лежат на одной окружности.
 7. Докажите, что фокусы эллипса, вписанного в треугольник, изогонально сопряжены.

9 июля

Эллипсы. Изогональное сопряжение.

1. Докажите, что аффинное преобразование переводит окружность в эллипс.
 2. На плоскости даны прямая ℓ_0 и эллипс Θ . Прямая ℓ параллельна прямой ℓ_0 и пересекает эллипс Θ в точках A и B . Точка M_ℓ – середина отрезка AB . Докажите, что все точки M_ℓ лежат на одной прямой.
 3. На сторонах треугольника как на диагоналях построены параллелограммы с параллельными направлениями сторон. Докажите, что вторые диагонали этих параллелограммов пересекаются в одной точке.
- Определение.** Рассмотрим треугольник ABC и точку P на плоскости. Если для точки P существует такая точка P' , что $\angle(AB, PB) = \angle(QB, CB)$; $\angle(CA, PA) = \angle(QA, BA)$; $\angle(BC, PC) = \angle(QC, CA)$, то точка P' называется точкой, *изогонально сопряженной* к точке P .
4. Для каких точек существует изогонально сопряженная к ним точка?
 5. Найдите изогонально сопряженные точки к следующим точкам:
 - а) центр вписанной окружности;
 - б) центр внеписанной окружности;
 - в) ортоцентр;
 - г) барицентр.
 6. Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из двух изогонально сопряженных точек, лежат на одной окружности.
 7. Докажите, что фокусы эллипса, вписанного в треугольник, изогонально сопряжены.