

**10 класс. Группа Профи**  
**Программа зачета (теоретические вопросы)**

**I. Геометрия**

1. Теорема Кэзи.
2. Момент инерции. Определение, формула Лагранжа.
3. Формула Якоби.
4. Расстояния между центрами описанной и вписанной, а также описанной и невписанной окружностей (доказательство при помощи момента инерции).
5. Геометрическое место точек, относительно которых момент инерции равен данному числу.
6. Окружность Аполлония (доказательство при помощи момента инерции).
7. Расстояние между центрами масс.
8. Барицентрические координаты. Определение. Замена координат.
9. Уравнение прямой в барицентрических координатах.
10. Уравнения прямой и окружности в комплексных координатах. Общий вид и уравнения для заданных прямой и окружности.
11. Координата точки пересечения касательных к единичной окружности на комплексной плоскости.
12. Оценка периметра многоугольника с данным диаметром.

**II. Алгебра и теория чисел**

13. Первообразные корни по составным модулям.
14. Многочлены Чебышева. Определение, рекуррентная формула, корни и экстремумы.
15. Задача о наименьшем уклонении от нуля.
16. Рациональные значения косинуса и правильные многоугольники с вершинами в узлах клетчатой сетки.
17. Симметрические многочлены. Определение, разложение на основные симметрические многочлены.
18. Формула Ньютона.
19. Многочлены деления круга. Определение и основные свойства.
20. Частный случай теоремы Дирихле для прогрессий вида  $nk + 1$ .

**III. Математический анализ**

21. Непрерывные функции на прямой. Определение (вспомните хотя бы одно из определений), теорема Вейерштрасса о наибольшем значении непрерывной функции.
22. Равномерная непрерывность. Теорема о равномерной непрерывности функции на отрезке.
23. Производная. Определение и простейшие свойства (без доказательства).
24. Экстремумы функции. Теорема Ферма. Поиск наибольшего и наименьшего значения дифференцируемой функции.
25. Теоремы Ролля и Лагранжа.
26. Выпуклость функции. Связь со второй производной.
27. Интегрирование непрерывной функции на замкнутом промежутке.

- 28. Простейшие свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.
- 29. Интеграл с переменным верхним пределом. Первообразная и неопределенный интеграл.
- 30. Аддитивные ограниченные в нуле функции.
- 31. Аддитивность и всюду плотность.
- 32. Функции, удовлетворяющие условиям, аналогичным аддитивности, и ограниченные в окрестности некоторой точки.

#### IV. Неравенства

- 33. Неравенство Йенсена.
- 34. Неравенство о среднем степенном.
- 35. Неравенство Юнга.
- 36. Неравенство Гельдера.
- 37. Неравенство Минковского.
- 38. Следствие из неравенства Гельдера.

#### V. Комбинаторика и теория графов

- 39. Теорема Рамсея для систем  $k$ -элементных подмножеств.
- 40. Верхняя и нижняя оценки на число Рамсея  $R(k, k)$ .
- 41. Числа Рамсея для произвольных подграфов. Вычисление  $R(T, K_s)$ , где  $T$  — данное дерево.
- 42. Существование выпуклого  $n$ -угольника с вершинами в данном множестве из  $M$  точек.