Вступительная олимпиада.

1. Дискриминанты трех приведенных квадратных трехчленов равны 1, 4 и 9. Докажите, что можно выбрать по одному корню каждого из трехчленов так, чтобы сумма выбранных корней равнялась сумме оставшихся.

2. На оси Ox расположено 10 отрезков, каждый длины 3. Всегда ли можно сдвинуть синусоиду $y = \sin x$ вдоль оси Ox так, чтобы она пересекла каждый отрезок?

3. Двое играют в крестики-нолики на бесконечной доске. Для победы надо полностью заполнить какой-нибудь квадратик 2×2. Докажите, что у первого игрока нет выигрышной стратегии.

4. Пусть $PQRS$ – выпуклый вписанный четырехугольник, в котором $\angle PSR = 90°$, H и K – основания перпендикуляров из точки Q на отрезки PR и PS. Докажите, что прямая HK делит отрезок QS пополам.

5. Существует ли такой многочлен $f(x)$ степени 2012 с целыми коэффициентами, что для каждого целого числа n числа $f(n), f(f(n)), f(f(f(n))), \ldots$ попарно взаимно просты?

XXVIII Кировская ЛМШ, 3–28 июля 2012 года • 10 класс • 4 июля

Вступительная олимпиада.

1. Дискриминанты трех приведенных квадратных трехчленов равны 1, 4 и 9. Докажите, что можно выбрать по одному корню каждого из трехчленов так, чтобы сумма выбранных корней равнялась сумме оставшихся.

2. На оси Ox расположено 10 отрезков, каждый длины 3. Всегда ли можно сдвинуть синусоиду $y = \sin x$ вдоль оси Ox так, чтобы она пересекла каждый отрезок?

3. Двое играют в крестики-нолики на бесконечной доске. Для победы надо полностью заполнить какой-нибудь квадратик 2×2. Докажите, что у первого игрока нет выигрышной стратегии.

4. Пусть $PQRS$ – выпуклый вписанный четырехугольник, в котором $\angle PSR = 90°$, H и K – основания перпендикуляров из точки Q на отрезки PR и PS. Докажите, что прямая HK делит отрезок QS пополам.

5. Существует ли такой многочлен $f(x)$ степени 2012 с целыми коэффициентами, что для каждого целого числа n числа $f(n), f(f(n)), f(f(f(n))), \ldots$ попарно взаимно просты?

XXVIII Кировская ЛМШ, 3–28 июля 2012 года • 10 класс • 4 июля

Вступительная олимпиада.

1. Дискриминанты трех приведенных квадратных трехчленов равны 1, 4 и 9. Докажите, что можно выбрать по одному корню каждого из трехчленов так, чтобы сумма выбранных корней равнялась сумме оставшихся.

2. На оси Ox расположено 10 отрезков, каждый длины 3. Всегда ли можно сдвинуть синусоиду $y = \sin x$ вдоль оси Ox так, чтобы она пересекла каждый отрезок?

3. Двое играют в крестики-нолики на бесконечной доске. Для победы надо полностью заполнить какой-нибудь квадратик 2×2. Докажите, что у первого игрока нет выигрышной стратегии.

4. Пусть $PQRS$ – выпуклый вписанный четырехугольник, в котором $\angle PSR = 90°$, H и K – основания перпендикуляров из точки Q на отрезки PR и PS. Докажите, что прямая HK делит отрезок QS пополам.

5. Существует ли такой многочлен $f(x)$ степени 2012 с целыми коэффициентами, что для каждого целого числа n числа $f(n), f(f(n)), f(f(f(n))), \ldots$ попарно взаимно просты?