Вопросы к зачету: алгебра.

1. Три доказательства теоремы Эрдёша-Гинзбурга-Зива (не через теорему Коши-Дэвенпорта).

2. Теорема Коши-Дэвенпорта для произвольной абелевой группы без кручения и для $\mathbb{Z}_p$. Вывод из нее теоремы Эрдёша-Гинзбурга-Зива.

3. Сумма $1^k + \cdots + n^k$ – многочлен степени $k+1$ от n.

4. Интерполяционный многочлен Лагранжа, ЛНЗ геометрических прогрессий с различными знаменателями. ЛНЗ множества $\sin x, \sin 2x, \ldots, \sin nx$.

5. СЛУ: метод Гаусса, альтернатива Фредгольма. Применения: дискретное уравнение теплопроводности, задача о зарубках на отрезке.

6. Определения линейных пространств, ЛЗ и ЛНЗ систем векторов, их свойства. Изоморфизм пространств.

7. Равносильность нескольких определений базиса, корректность определения размерности, размерность подпространства. Конечномерные пространства с точностью до изоморфизма.

8. Совпадение строчного и столбцового ранга матрицы.

9. Скалярное произведение, размерность ортогонального дополнения к подпространству. Неравенство Фишера, задача про ЕГО.

10. Инвариант Дена. Решение третьей проблема Гильберта.

11. Действие группы на множестве. Орбиты, связь между длиной орбиты и мощностью стабилизатора. Лемма [не] Бернсайда.

12. Поле. Расширение поля. Характеристика поля. Из скольки элементов могут состоять конечные поля?

13. Независимость расширения от порядка присоединения элементов. Присоединение к полю трансцендентного элемента.

14. Присоединение к полю алгебраического элемента.

15. Теорема о размерности башни. Почему алгебраические числа образуют поле – два доказательства. Алгебраическая замкнутость поля алгебраических чисел.

16. Критерий построимости числа ЦЛ. Неразрешимость классических задач на построение.

17. Критерий построимости числа ЦЛ. Построение правильных n-угольников.

Вопросы к зачету: геометрия и комбигео.

18. Полярное преобразование, полярное свойство секущих и касательных, гармонический четырехугольник.

19. Тест Роршаха.

20. Равносильность двух определений линейной функции на плоскости. Примеры линейных функций на плоскости. Прямая Гаусса.

21. Коники, расположение точек относительно коники. Образ коники и точки внутри нее и коники и непересекающей ее прямой при подходящем проективном преобразовании.

22. Линейное движение объектов на плоскости. Примеры конструкций, элементы которой движутся линейно при линейном движении одного из них. Необходимое количество моментов для различных утверждений: три прямые пересекаются в одной точке, три точки лежат на одной прямой. Прямая Обера.

23. Двойное отношение точек на конике: определение, корректность, основные свойства. Обобщенная теорема о бабочке.

24. Равносильность двух определений выпуклой оболочки. Теорема Радона.

25. Теорема Хелли. Теорема Каратеодори.

26. Три определения компакта в $\mathbb{R}^n$. Бесконечная теорема Хелли.

27. Теорема Бляшке. Существование «почти центра симметрии». Теорема Юнга в $\mathbb{R}^n$.