Вероятно, ваш метод сработает

1. Докажите, что существует такой полный ориентированный граф с n вершинами, что в нём не менее $\frac{n!}{2^{n-1}}$ гамильтоновых путей.

2. В графе n вершин и e рёбер. Докажите, что в нём существует двудольный подграф с не менее, чем $\frac{e}{2}$ рёбрами.

3. Пусть v_1, v_2, …, $v_n \in \mathbb{R}^n$ такие, что все $|v_i| = 1$.
Докажите, что тогда существует такой набор $x_1, x_2, \ldots, x_n$, где все x_i равны либо 1, либо -1, что $|x_1v_1 + \ldots + x_nv_n| \leqslant \sqrt{n}$.
И кроме того существует такой набор $y_1, y_2, \ldots, y_n$, где все y_i равны либо 1, либо -1, что $|y_1v_1 + \ldots + y_nv_n| \geqslant \sqrt{n}$.

4. В классе n учеников. Каждую неделю ровно k из них дежурят. Докажите, что если прошло меньше t^{k-1} недель, то всех учеников можно разбить на t групп так, чтобы в каждом дежурстве принимали участие ученики хотя бы из двух групп.

Переформулировка на языке гиперграфов. Рассмотрим k-однородный гиперграф на n вершинах, т.е. такой, что его «гиперрёбра» — это k-элементные подмножества n-элементного множества. Если гиперрёбер меньше t^{k-1}, то вершины гиперграфа можно раскрасить в t цветов так, чтобы ни одно гиперребро не было одноцветным.

5. В волейбольном однокруговом турнире приняло участие n команд. Докажите, что если $C_n^k(1-2^{-k})^{n-k} < 1$, то команды могли сыграть так, что для любого множества из k команд найдётся какая-то, выигравшая у них всех.

6. В графе n вершин, причём минимальная степень вершины равна $d > 1$. Докажите, что в этом графе найдётся доминирующее множество (т.е. такое множество вершин, что любая оставшаяся вершина соединена хотя бы с одной вершиной этого множества) с не более чем $n \cdot \frac{1+\ln(d+1)}{d+1}$ вершинами.

a) Рассмотрите случайное множество вершин X, добавляя в него каждую вершину графа с вероятностью p. Чему равно $E(|X|)$? Пусть Y — множество вершин не из X, каждая из которых не соединена ни с одной из вершин X. Докажите, что $E(|Y|) \leqslant n(1-p)^{d+1}$.

b) Докажите, что для всех действительных x верно неравенство $1 - x \leqslant e^{-x}$

c) При помощи пункта b) упростите оценку на $E(|X|) + E(|Y|)$ из пункта a), а затем минимизируйте её по p. А теперь докажите исходное утверждение.

7. В графе n вершин и $\frac{nd}{2}$ рёбер ($d \geqslant 1$). Докажите, что в нём можно выбрать множество из не менее чем $\frac{n}{2d}$ вершин так, чтобы никакие две из них не были соединены ребром.