

Серия 5. Теория вероятностей

4 июля

1. Каким по счёту вам выгоднее идти сдавать зачёт, если вы выучили только один билет из 40?

2. Двое друзей — Вася и Петя — случайным образом между собой разделили 100 лотерейных билетов. Известно, что два билета выигрышные. а) Чему равна вероятность того, что Пете достанется хотя бы один выигрышный билет? б) Выгоднее ли Пете предлагать Васе делить эти билеты пополам поровну?

3. **Парадокс Монти Холла.** Представьте, что вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трёх дверей. За одной из дверей находится приз, за двумя другими дверями — восхитительное ничего. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится приз, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой ничего нет. После этого он спрашивает вас о том, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2? Имеет ли смысл вам принять предложение ведущего?

4. Какова вероятность, что два случайно независимо выбранных подмножества n -элементного множества не пересекаются, если а) все подмножества равновероятны; б) вероятность вытянуть подмножество пропорциональна его мощности.

5. В команде на матбой 6 человек. Они случайно разбились на две непересекающиеся бригады, возможно, одна из бригад пуста. Одна решает задачи с чётными номерами, другая — с нечётными. В время решения задач несколько человек, может быть, 0, заболело. Какова вероятность того, что все они из одной бригады, если каждый заболевает с вероятностью $1/2$?

6. Имеется 5 белых и 5 чёрных шаров. Мы достаём их по одному и кладём их в ряд. В результате получится «случайная» последовательность из белых и чёрных шаров. Можно задать два вероятностных пространства: когда все шары различны, а также когда все белые и все чёрные шары одинаковы между собой. Равны или нет в этих пространствах вероятности событий “какие-то три подряд шара — белые”?

7. Чтобы определить, кому в преферансе начинать игру, бросают жребий «до первого туза»: один из игроков раздаёт всем карты в открытую по очереди (себе — последнему) до тех пор, пока не выпадет первый туз. Какова вероятность, что первого туза сдающий сдаст сам себе? Ответ дайте в виде числа, округлённого до тысячных =)

8. Зоркий Джо стреляет по мишеням. Первый раз он промазал, а второй попал. Когда Джо попадает по мишени, его бодрость духа растёт, поэтому вероятность очередной раз попасть в мишень равна проценту попаданий при всех предыдущих выстрелах. Найдите вероятность того, что он попадёт ровно 50 раз, если выстрелов у него всего 100.

Серия 5. Теория вероятностей

4 июля

1. Каким по счёту вам выгоднее идти сдавать зачёт, если вы выучили только один билет из 40?

2. Двое друзей — Вася и Петя — случайным образом между собой разделили 100 лотерейных билетов. Известно, что два билета выигрышные. а) Чему равна вероятность того, что Пете достанется хотя бы один выигрышный билет? б) Выгоднее ли Пете предлагать Васе делить эти билеты пополам поровну?

3. **Парадокс Монти Холла.** Представьте, что вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трёх дверей. За одной из дверей находится приз, за двумя другими дверями — восхитительное ничего. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится приз, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой ничего нет. После этого он спрашивает вас о том, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2? Имеет ли смысл вам принять предложение ведущего?

4. Какова вероятность, что два случайно независимо выбранных подмножества n -элементного множества не пересекаются, если а) все подмножества равновероятны; б) вероятность вытянуть подмножество пропорциональна его мощности.

5. В команде на матбой 6 человек. Они случайно разбились на две непересекающиеся бригады, возможно, одна из бригад пуста. Одна решает задачи с чётными номерами, другая — с нечётными. В время решения задач несколько человек, может быть, 0, заболело. Какова вероятность того, что все они из одной бригады, если каждый заболевает с вероятностью $1/2$?

6. Имеется 5 белых и 5 чёрных шаров. Мы достаём их по одному и кладём их в ряд. В результате получится «случайная» последовательность из белых и чёрных шаров. Можно задать два вероятностных пространства: когда все шары различны, а также когда все белые и все чёрные шары одинаковы между собой. Равны или нет в этих пространствах вероятности событий “какие-то три подряд шара — белые”?

7. Чтобы определить, кому в преферансе начинать игру, бросают жребий «до первого туза»: один из игроков раздаёт всем карты в открытую по очереди (себе — последнему) до тех пор, пока не выпадет первый туз. Какова вероятность, что первого туза сдающий сдаст сам себе? Ответ дайте в виде числа, округлённого до тысячных =)

8. Зоркий Джо стреляет по мишеням. Первый раз он промазал, а второй попал. Когда Джо попадает по мишени, его бодрость духа растёт, поэтому вероятность очередной раз попасть в мишень равна проценту попаданий при всех предыдущих выстрелах. Найдите вероятность того, что он попадёт ровно 50 раз, если выстрелов у него всего 100.