

Серия 17. Разнобой (комбинаторный)

12 июля

1. В стране 64 города, некоторые пары из них соединены дорогой, но нам неизвестно, какие именно. Мы можем выбрать любую пару городов и получить ответ на вопрос «есть ли дорога между ними?». Мы хотим узнать, можно ли в этой стране добраться от любого города до любого другого, двигаясь по дорогам. За какое наименьшее число вопросов это можно сделать?

2. В углах доски 101×101 расставлены 4 фишки: 2 красные в противоположных углах, и 2 синие фишки в оставшихся углах. Красный и синий играют в игру, начинает красный. За ход можно передвинуть одну из своих фишек в соседнюю по стороне пустую клетку. Красный победит, если в какой-то момент его фишки будут соседними по стороне. Может ли синий ему помешать?

3. У Слепого КиберПью есть 1300 монет. Среди них 1298 белых монет, одна красная монета и одна разноцветная монета с одной красной и одной белой сторонами. КиберПью не может видеть цвет монет, но вместо этого у него есть сканер, с помощью которого он может поместить часть монет на одну из их сторон, и сканер сообщит ему, все ли стороны монеты, соприкасающиеся со стеклом, белые или нет. Докажите, что КиберПью можете найти красную монету, используя сканер не более 17 раз.

4. Вася на каждом из рёбер полного графа на 500 вершинах нарисовал по стрелке. Петя за один вопрос может узнать в какую сторону направлено ребро между любой парой вершин. Назовём вершину хорошей, если из неё исходит не более одного ребра. Помогите Пете найти любую хорошую вершину, либо определить что таких вершин нет, задав не более 2000 вопросов.

5. У Вани есть клетчатая бумага двух видов: белая и чёрная. Он вырезает кусок из любой бумаги и наклеивает на серую клетчатую доску 45×45 , делая так много раз. Какое минимальное число кусков нужно наклеить, чтобы «раскрасить» клетки доски в шахматном порядке? (Каждый кусок — набор клеток, в котором от любой клетки до любой другой можно пройти, переходя из клетки в соседнюю через их общую сторону. Можно наклеивать куски один поверх другого. Все клетки имеют размер 1×1).

Серия 17. Разнобой (комбинаторный)

12 июля

1. В стране 64 города, некоторые пары из них соединены дорогой, но нам неизвестно, какие именно. Мы можем выбрать любую пару городов и получить ответ на вопрос «есть ли дорога между ними?». Мы хотим узнать, можно ли в этой стране добраться от любого города до любого другого, двигаясь по дорогам. За какое наименьшее число вопросов это можно сделать?

2. В углах доски 101×101 расставлены 4 фишки: 2 красные в противоположных углах, и 2 синие фишки в оставшихся углах. Красный и синий играют в игру, начинает красный. За ход можно передвинуть одну из своих фишек в соседнюю по стороне пустую клетку. Красный победит, если в какой-то момент его фишки будут соседними по стороне. Может ли синий ему помешать?

3. У Слепого КиберПью есть 1300 монет. Среди них 1298 белых монет, одна красная монета и одна разноцветная монета с одной красной и одной белой сторонами. КиберПью не может видеть цвет монет, но вместо этого у него есть сканер, с помощью которого он может поместить часть монет на одну из их сторон, и сканер сообщит ему, все ли стороны монеты, соприкасающиеся со стеклом, белые или нет. Докажите, что КиберПью можете найти красную монету, используя сканер не более 17 раз.

4. Вася на каждом из рёбер полного графа на 500 вершинах нарисовал по стрелке. Петя за один вопрос может узнать в какую сторону направлено ребро между любой парой вершин. Назовём вершину хорошей, если из неё исходит не более одного ребра. Помогите Пете найти любую хорошую вершину, либо определить что таких вершин нет, задав не более 2000 вопросов.

5. У Вани есть клетчатая бумага двух видов: белая и чёрная. Он вырезает кусок из любой бумаги и наклеивает на серую клетчатую доску 45×45 , делая так много раз. Какое минимальное число кусков нужно наклеить, чтобы «раскрасить» клетки доски в шахматном порядке? (Каждый кусок — набор клеток, в котором от любой клетки до любой другой можно пройти, переходя из клетки в соседнюю через их общую сторону. Можно наклеивать куски один поверх другого. Все клетки имеют размер 1×1).