

Линейный разнбой

13 июля

1. Дополнение к альтернативе Фредгольма: Докажите, что если ОСЛУ имеет только тривиальное решение, то при любой правой части СЛУ имеет единственное решение.

2. В ряд стоят а) 9, б) 8 лампочек. Одним действием можно изменить состояние любых подряд идущих 4 или 7 лампочек. Верно ли, что такими действиями можно получить любое состояние?

3. Квадрат со стороной 1 разрезан на квадраты. Докажите, что сторона каждого квадрата рациональна

4. Петя вписал числа в клетки квадрата 3×3 так, что получился магический квадрат. Числа в каком наименьшем количестве клеток должен узнать Вася, чтобы восстановить весь квадрат?

5. В университете проводится n лекций, их посещают m студентов. Каждый студент посетил нечётное число лекций, а любые два студента вместе побывали на чётном числе лекций. Докажите, что $n > m$.

6. На плоскости отмечено 5 точек: A, B, C, D и E . Докажите, что если никакие 4 из них не лежат на одной прямой, то существует ровно одна кривая вида $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$, которая через них проходит

7. Суммой подпространств U_1 и U_2 называется множество сумм $u_1 + u_2$, где $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2$. Докажите, что

$$\dim(U_1 + U_2) = \dim U_1 + \dim U_2 - \dim(U_1 \cap U_2).$$