

Серия 19. Математическое ожидание

13 июля

1. а) Докажите, что $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$. б) Докажите, что математическое ожидание можно определить также не через сумму по всем исходам, а через сумму по событиям, являющимся разбиением Ω . в) Верно ли, что $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$?

2. Монету бросают а) три раза; б) 100 раз. Найдите мат.ож. числа выпавших орлов.

3. Приведите пример случайной величины, для которой мат.ож а) совпадает с самым вероятным значением; б) меньше самого вероятного значения.

4. В колоде 36 игральных карт. Их начинают открывать по одной, пока не появится первый туз. Найдите мат.ож. числа открытых карт.

5. В новогодней гирлянде перегорела одна из 10 лампочек, из-за чего гирлянда не горит. Мы проверяем лампочки по очереди до тех пор, пока не поймём, какая лампочка перегорела. Лампочки перегорают независимо друг от друга с равными шансами. Найдите мат.ож. числа лампочек, которое нам придётся проверить.

6. В изначально пустом графе на n вершинах каждое ребро проводится с вероятностью p независимо от других. Найдите мат.ож. числа циклов длины 4 в получившемся графе.

7. В круг встали 999 человек разного роста. Посчитайте мат.ож. числа людей, которые выше обоих своих соседей.

8. В выпуклом n -угольнике каждая из диагоналей проведена с вероятностью p . Найдите мат.ож. числа их точек пересечения.

9. Дан граф с 11 вершинами и 17 рёбрами. Вершины красятся случайным образом так, что ровно 5 из них покрашены в красный, а ровно 6 — в синий. Каково мат.ож. числа разноцветных рёбер?

10. В графе n вершин и $nd/2$ рёбер ($d > 1$). Докажите, что в нём можно выбрать множество из не менее чем $n/2d$ вершин так, чтобы никакие две из них не были соединены ребром.

11. В классе учатся несколько мальчиков и девочек, причём каждый мальчик дружит хотя бы с одной девочкой. Докажите, что можно выбрать не менее половины школьников так, чтобы каждый выбранный мальчик дружил с нечётным количеством выбранных девочек.

Серия 19. Математическое ожидание

13 июля

1. а) Докажите, что $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$. б) Докажите, что математическое ожидание можно определить также не через сумму по всем исходам, а через сумму по событиям, являющимся разбиением Ω .

в) Верно ли, что $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$?

2. Монету бросают а) три раза; б) 100 раз. Найдите мат.ож. числа выпавших орлов.

3. Приведите пример случайной величины, для которой мат.ож а) совпадает с самым вероятным значением; б) меньше самого вероятного значения.

4. В колоде 36 игровых карт. Их начинают открывать по одной, пока не появится первый туз. Найдите мат.ож. числа открытых карт.

5. В новогодней гирлянде перегорела одна из 10 лампочек, из-за чего гирлянда не горит. Мы проверяем лампочки по очереди до тех пор, пока не поймём, какая лампочка перегорела. Лампочки перегорают независимо друг от друга с равными шансами. Найдите мат.ож. числа лампочек, которое нам придётся проверить.

6. В изначально пустом графе на n вершинах каждое ребро проводится с вероятностью p независимо от других. Найдите мат.ож. числа циклов длины 4 в получившемся графе.

7. В круг встали 999 человек разного роста. Посчитайте мат.ож. числа людей, которые выше обоих своих соседей.

8. В выпуклом n -угольнике каждая из диагоналей проведена с вероятностью p . Найдите мат.ож. числа их точек пересечения.

9. Дан граф с 11 вершинами и 17 рёбрами. Вершины красятся случайным образом так, что ровно 5 из них покрашены в красный, а ровно 6 — в синий. Каково мат.ож. числа разноцветных рёбер?

10. В графе n вершин и $nd/2$ рёбер ($d > 1$). Докажите, что в нём можно выбрать множество из не менее чем $n/2d$ вершин так, чтобы никакие две из них не были соединены ребром.

11. В классе учатся несколько мальчиков и девочек, причём каждый мальчик дружит хотя бы с одной девочкой. Докажите, что можно выбрать не менее половины школьников так, чтобы каждый выбранный мальчик дружил с нечётным количеством выбранных девочек.