

Серия 28. Геометрическая вероятность

20 июля

1. В центре прямоугольного листа 20×30 расположена круглая клякса радиусом 1 см. Куда-то на лист капнула ещё одна такая же. Найдите вероятность того, что эти две капли не пересекутся.

2. Из отрезка $[-1, 1]$ наугад выбирают числа a и b . Найдите вероятность того, что $x^2 + 2ax + ab$ не имеет действительных корней.

3. На бесконечную шахматную доску, поля которой — квадраты со стороной 4, ставят в случайное место пешку с радиусом основания — 1. Найдите вероятность того, что пешка **а)** встанет внутрь клетки; **б)** пересечёт не более одной стороны квадрата.

4. Производится выстрел в центр квадратной мишени с диагональю 2 м. Какова вероятность попасть в мишень, если пуля может отклониться от центра в случайном направлении и попасть в случайную точку квадрата или рядом с ним, но не дальше 1 метра от центра мишени?

5. Карандашный грифель ломают в двух точках. Найдите вероятность того, что из трёх получившихся частей можно составить треугольник?

6. *Немного парадоксов.* Каждый вечер Иннокентий Павлович приходит в случайное время на автобусную остановку. На этой остановке останавливаются два маршрута — на одном из них наш лирический герой может ехать на работу, а на другом — гулять в ботанический сад. Иннокентий Павлович ждёт первого автобуса и в зависимости от того, какой автобус подошёл, он едет либо на работу, либо в ботсад. Через некоторое время Иннокентий Павлович заметил, что в ботсаду он оказывается примерно в два раза чаще, чем на работе. На основе этого им был сделан вывод, что один из автобусов ходит в два раза чаще другого. Прав ли Иннокентий Павлович? Могут ли при выполнении условия задачи автобусы ходить с одинаковой частотой? (Предполагается, что автобусы ходят не случайным образом, а по некоторому расписанию.)

7. На плоскости даны 10 точек. Докажите, что их можно покрыть непересекающимися кругами радиуса 1.

8. (*) В центре прямоугольного бильярдного стола длиной 3 м и шириной 1 м стоит бильярдный шарик. По нему ударяют кием в случайном направлении. После удара шар останавливается, пройдя ровно 2 м. Найдите ожидаемое число отражений от бортиков стола. \implies

Тут есть несколько задачек, которыми уже, к сожалению, нет времени насладиться в пылу решения, однако про них прикольно подумать и прикольно знать...

9. Парадокс Бертрана: Найдите вероятность того, что случайно выбранная хорда окружности получится длиннее, чем сторона вписанного в эту окружность равностороннего треугольника?

10. Какова вероятность того, что 4 для некоторой сферы её центр будет внутри тетраэдра, образованного четырьмя случайно брошенными на эту сферу точками? *(Можно сначала подумать над плоским аналогом этой задачи)*