

# Серия 1. Подпор касательной

3 июля

**Пример.** Докажите для положительных  $a + b + c = 3$  докажете неравенство

$$(a - 1)\sqrt{a + 1} + (b - 1)\sqrt{b + 1} + (c - 1)\sqrt{c + 1} \geq 0$$

1. Докажите для положительных  $a + b + c = 3$  докажете неравенство

$$\frac{1}{1 + a^2} + \frac{1}{1 + b^2} + \frac{1}{1 + c^2} \geq \frac{3}{2}$$

2. Докажите для  $a, b, c > 0$  неравенство

$$\sqrt{\frac{a}{b + c}} + \sqrt{\frac{b}{c + a}} + \sqrt{\frac{c}{a + b}} \geq 2$$

3. Докажите для положительных  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$  неравенство

$$\frac{1}{a^3 + 2} + \frac{1}{b^3 + 2} + \frac{1}{c^3 + 2} \geq 1$$

4. Для положительных  $abc = 1$  неравенство

$$\frac{1}{3a^2 + (a - 1)^2} + \frac{1}{3b^2 + (b - 1)^2} + \frac{1}{3c^2 + (c - 1)^2} \geq 1$$

5. Докажите для положительных  $ab + bc + ca = 3$  неравенство

$$\frac{a}{1 + 2b^3} + \frac{b}{1 + 2c^3} + \frac{c}{1 + 2a^3} \geq 1$$

6. Докажите для  $a, b, c > 0$  неравенство

$$\frac{2ab + 3b^2}{(a + 3b)^2} + \frac{2bc + 3c^2}{(b + 3c)^2} + \frac{2ca + 3a^2}{(c + 3a)^2} \leq \frac{15}{16}$$

7. Докажите для  $a, b, c > 0$  неравенство

$$\frac{(2a + b + c)^2}{2a^2 + (b + c)^2} + \frac{(2b + c + a)^2}{2b^2 + (c + a)^2} + \frac{(2c + a + b)^2}{2c^2 + (a + b)^2} \leq 8$$

# Серия 1. Подпор касательной

3 июля

**Пример.** Докажите для положительных  $a + b + c = 3$  докажите неравенство

$$(a - 1)\sqrt{a + 1} + (b - 1)\sqrt{b + 1} + (c - 1)\sqrt{c + 1} \geq 0$$

1. Докажите для положительных  $a + b + c = 3$  докажите неравенство

$$\frac{1}{1 + a^2} + \frac{1}{1 + b^2} + \frac{1}{1 + c^2} \geq \frac{3}{2}$$

2. Докажите для  $a, b, c > 0$  неравенство

$$\sqrt{\frac{a}{b + c}} + \sqrt{\frac{b}{c + a}} + \sqrt{\frac{c}{a + b}} \geq 2$$

3. Докажите для положительных  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$  неравенство

$$\frac{1}{a^3 + 2} + \frac{1}{b^3 + 2} + \frac{1}{c^3 + 2} \geq 1$$

4. Для положительных  $abc = 1$  неравенство

$$\frac{1}{3a^2 + (a - 1)^2} + \frac{1}{3b^2 + (b - 1)^2} + \frac{1}{3c^2 + (c - 1)^2} \geq 1$$

5. Докажите для положительных  $ab + bc + ca = 3$  неравенство

$$\frac{a}{1 + 2b^3} + \frac{b}{1 + 2c^3} + \frac{c}{1 + 2a^3} \geq 1$$

6. Докажите для  $a, b, c > 0$  неравенство

$$\frac{2ab + 3b^2}{(a + 3b)^2} + \frac{2bc + 3c^2}{(b + 3c)^2} + \frac{2ca + 3a^2}{(c + 3a)^2} \leq \frac{15}{16}$$

7. Докажите для  $a, b, c > 0$  неравенство

$$\frac{(2a + b + c)^2}{2a^2 + (b + c)^2} + \frac{(2b + c + a)^2}{2b^2 + (c + a)^2} + \frac{(2c + a + b)^2}{2c^2 + (a + b)^2} \leq 8$$