

Разминка. Шахматная доска разбита на доминошки. Докажите, что какие-то две доминошки образуют квадрат.

Разминка. По кругу выписаны несколько чисел, каждое равно полусумме двух соседних. Докажите, что все числа равны.

1. Амелия выписала 10 различных натуральных чисел по кругу и поделила каждое число с остатком на следующее за ним по часовой стрелке. Могут ли все получившиеся остатки быть одинаковыми?

2. За первую пятидневку некоторые ребята из М6 успели подружиться. Оказалось, что каждые два из них, имеющие в отряде одинаковое количество друзей, не имеют общих друзей. Доказать, что найдётся ученик М6, который имеет ровно одного друга из отряда.

3. Дана прямоугольная таблица в каждой клетке которой стоит число. Причём если у числа есть 4 соседа по стороне, то оно равняется среднему арифметическому своих соседей, остальные числа равны 0. Найдите все такие таблички.

4. На плоскости задано множество точек M такое, что каждая точка из M является серединой отрезка, соединяющего некоторые две другие точки из M . Докажите, что множество M бесконечно.

5. Дана таблица $n \times n$, в каждой её клетке записано число, причём все числа различны. В каждой строке отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных столбцах. Затем в каждом столбце отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных строках. Докажите, что оба раза отметили одни и те же числа.

6. Кубик Рубика $3 \times 3 \times 3$ надо распилить на единичные кубики. После распила части можно перекладывать и прикладывать так,

чтобы можно было пилить несколько частей одновременно. Докажите, что всё равно понадобится не менее 6 прямых распилов.

7. За день в библиотеке побывало 100 читателей, каждый по разу. Оказалось, что из любых трех по крайней мере двое там встретились. Докажите, что библиотекарь мог сделать важное объявление в такие два момента времени, чтоб все 100 читателей его услышали.

8. На плоскости отмечено $n \geq 3$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Точки покрасили в черный, красный и желтый цвета (каждый цвет присутствует). Докажите, что можно выбрать треугольник с вершинами в отмеченных точках такой, что все его вершины разноцветны, а внутри нет отмеченных точек.