

Передаём ход сопернику

1. Докажите, что в игре «Крестики-нолики» у второго игрока нет выигрышной стратегии — вне зависимости от размера поля и правил, сколько знаков необходимо поставить в ряд.

2. На столе лежат три кучки спичек. Каждым ходом разрешается брать спички только из одной кучки: первым ходом от 0 до 3, далее — от 1 до 3. Проигрывает тот, кто не сможет сделать хода. Докажите, что какие бы ни были кучки, первый может всегда выигрывать.

3. Перс пишет любую ненулевую цифру. Викинг умножает ее на любую цифру, большую единицы. Каждый следующий ход тоже состоит в том, чтобы умножить имеющееся число на цифру, большую единицы. Кто получит число, большее миллиарда, тот проиграл. Докажите, что первый всегда может выиграть.

4. В кучке лежит $100!$ камней. Перс и Викинг по очереди берут из этой кучки любое ненулевое количество камней, но не более 1% от текущего размера кучи. Начинает Перс, проигрывает тот, у кого нет хода. Кто выиграет при правильной игре?

5. В Черноморском казино Остап Бендер играет с крупье в фишки. Игра состоит в том, что игроки по очереди (крупье — первым, Остап — вторым) перекладывают фишки с черного поля стола на красное. За один ход можно переложить не меньше одной фишки и не больше, чем уже есть на красном поле. Побеждает тот, кто положил на красное поле последнюю фишку. До начала игры на красном поле лежат 10 фишек, а на черном — некоторое известное Остапу количество (но не ноль). У Остапа в кармане лежат 10 фишек, которые он может до начала игры незаметно подбросить: некоторые — на красное, а некоторые — на черное. Докажите, что он сможет выиграть.

6. На столе лежат несколько кучек, в них поровну камней. Васисуалий Лоханкин и инженер Птибурдуков играют в следующую игру. За ход нужно переложить несколько камней (но не все) из одной кучки в другую, но надо переложить больше, чем на предыдущем ходу (а в первый ход можно сколько угодно). Тот, кто не смог походить, считается проигравшим. Первым выпало ходить Васисуалию. Докажите, что Птибурдуков может выиграть, как бы ни играл его соперник.