

Теория в задачах. (а) Даша и Витя играют в “Данетки”. Даша загадала натуральное число от 1 до 8. Как на должен действовать Витя, чтобы отгадать загаданное число за 3 вопроса?

(b) Сколько вопросов понадобится Вите, если Даша загадает число от 1 до 32?

(с) Аня загадала две вершины выпуклого пятиугольника. За какое наименьшее число вопросов Надя может наверняка угадать их обе при игре в “Данетки”?

1. В орфографическом словарики 120 страниц, на каждой из них по 60 слов. Петя открыл словарь на случайной странице и загадал случайное слово с этой страницы.(a) Сможет ли Витя угадать его за 13 вопросов? (b) А за меньшее число?

2. Андрей Александрович загадал троих из восьми вожатых. За какое наименьшее число вопросов можно наверняка угадать всех трех при игре в “Данетки” ?

3. В лавке Зловредного Торговца на полке стоят 50 одинаковых коробок. В одной из них находится вкусный торт, а остальные коробки пустые. Торговец предлагает продать вам любую коробку за 500 рублей, но вы не хотите рисковать и покупать пустую коробку. Торговец соглашается ответить “Да” или “Нет” на ваш вопрос о коробках и торте всего за 10 рублей, обещая говорить правду. Какова стоимость информации о том, в какой именно коробке находится торт?

4. Фокусник кладёт перед зрителем колоду из 36 карт и просит его посмотреть и запомнить одну из карт. После этого фокусник раскладывает все карты в 6 стопок и просит зрителя сказать, в какой из них лежит его карта. Затем фокусник тасует карты, снова выкладывает их в 6 стопок и снова просит зрителя назвать ту из них, в которой лежит задуманная им карта. После этого фокусник сразу вытаскивает эту карту из стопки. В чём секрет такого фокуса? Конечно, фокусник «тасует» карты не произвольно, а отслеживает, в какую стопку какая карта попадёт.

5. В городе есть 200-этажное здание. Петя хочет узнать, начиная с какого этажа, если бросить оттуда кокосовый орех, он непременно разобьётся (считается, что если орех разбивается при падении с какого-то этажа, то он разбивается и при падении с более высоких). У Пети есть два кокосовых ореха, которыми он готов пожертвовать. Какое минимальное количество бросков нужно совершить Пете, чтобы гарантированно узнать ответ на свой вопрос?

Теория в задачах. Далее будем использовать чашечные весы, если не сообщено что-то другое. Все монеты одинаковые на вид.

(a) Имеется три монеты. Одна из них фальшивая легче остальных. Как за одно взвешивание весов без гирь определить фальшивую монету (далее ФМ)?

(b) Имеется четыре монеты. Одна из них фальшивая отличается по весу от остальных, но неизвестно, легче она или тяжелее. Как за два взвешивания определить ФМ?

(c) Имеется N монет. Одна из них фальшивая легче по весу, чем остальные. Как узнать минимальное количество взвешиваний, необходимых для гарантированного нахождения ФМ?

(d) Среди 8 монет, возможно, есть одна легкая ФМ (но ее может и не быть). Как за два взвешивания найти ФМ, если она есть, или доказать, что ее нет?

6. Есть 5 серебряных и 4 золотые монеты. Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (настоящая серебряная монета отличается по весу от настоящей золотой). Если ФМ серебряная, то она легче настоящей серебряной монеты, а если золотая, то тяжелее настоящей золотой. Как найти ФМ за два взвешивания?

7. В куче из 100 монет Карлсон заменил одну монету на фальшивую. За один ход Малыш может разложить все монеты на 5 кучек и узнать у Карлсона, в какой из групп находится ФМ. За какое наименьшее число вопросов Малыш может наверняка определить ФМ?

8. У Васи 10 монет одинаковых на вид. Из них 2 монеты фальшивые, они весят одинаково и легче настоящих. а) Как за 3 взвешивания найти хотя бы одну ФМ? б) Можно ли за 3 взвешивания гарантированно найти обе ФМ?

9. Среди (a) 2024; (b) 2025; (c) 2026 одинаковых на вид монет одна фальшивая, отличающаяся от остальных настоящих по весу. Необходимо выяснить, легче или тяжелее ФМ, чем настоящая. Как это сделать при помощи двух взвешиваний?

10. Алиса задумала одно из ребер полного графа на 20 вершинах. Изначально все ребра покрашены в красный цвет. У Ани есть красная, синяя и зеленая краски. За один ход Аня может перекрасить любые ребра и спросить у Алисы, какого цвета задуманное ребро. За какое наименьшее количество вопросов Аня сможет наверняка узнать задуманное ребро?