

Неутомительный счёт

1. В сидячем вагоне поезда стоят трехместные скамейки для пассажиров: 20 рядов по 2 скамейки. Костя заметил, что на каждом ряду сидит 3 или 5 человек. Потом Костя подсчитал, на скольких скамейках сидит 3 человека и на скольких — один человек. Найдите сумму Костиных чисел.

2. Андрей заполняет таблицу «змейкой»: в первой строке слева направо выписывает по возрастанию числа, начиная с 1, потом этот ряд чисел продолжается во второй строке справа налево, потом в третьей строке — снова слева направо, и т.д. В этой таблице нашёлся фрагмент 2×2 с числами

14	13
31	32

Сколько столбцов в таблице Андрея?

3. На прямой отмечено 100 различных точек. Для каждой точки посчитали сумму расстояний от этой точки до всех остальных. Могут ли все 100 полученных чисел быть различными?

4. Среди граней восьми одинаковых по размеру кубиков треть синие, а остальные — красные. Из этих кубиков сложили куб $2 \times 2 \times 2$. Теперь среди видимых граней кубиков ровно треть — красные. Докажите, что из всех этих кубиков можно сложить куб, полностью красный снаружи.

5. В магазине проходит акция «Каждый третий товар — бесплатно». При печати чека покупки выстраиваются по убыванию цены, и все товары с номерами, кратными трем, выдаются бесплатно. Петя и Маша выбрали товаров в сумме на 30 000 рублей и оплатили их двумя чеками. Благодаря акции каждый из них сэкономил по 1000 руб. Какое максимальное количество денег могли бы они сэкономить, если бы оплачивали покупки сообща одним чеком?

6. Найдите все такие N , что среди чисел $1, 2, 3, \dots, N$ ровно 40% — простые.

7. На извилистой реке расположены три города A , B и C (не обязательно именно в таком порядке и не обязательно в одном часовом поясе). Между городами ходят катера, скорость катера в 6 раз больше скорости реки. Ниже приведен фрагмент расписания, время везде указано местное, каждое путешествие укладывается в один день.

Маршрут	Отправление	Прибытие
Из C в B	7:00	15:00
Из A в C	7:00	20:00
Из B в A	7:00	22:00

Таня, находясь в самом верхнем (по течению реки) из трех городов, уронила мячик. Через какое время его увидят жители самого нижнего города, если мячу не мешать плыть по течению?