

Заключительная олимпиада. Довывод

1. На полдник вожатый выдаёт каждому ребёнку своего отряда яблоко, нектарин, грушу или банан (на выбор вожатого). Какое наименьшее количество дней понадобится вожатому для того, чтобы для каждой пары учеников М6 нашёлся день, в который они ели разные фрукты? Всего в отряде 68 детей.

2. В метро работает два эскалатора, двигающиеся вниз и вверх соответственно с одинаковой скоростью. Люди на этих эскалаторах распределяются равномерно (расстояние между соседями одинаковое) и стоят (т.е. неподвижны относительно эскалатора), но потоки людей, едущих вверх и вниз, неодинаковы. За время движения по эскалатору вниз Петя насчитал 250 человек на встречном эскалаторе. Ровно за тот же отрезок времени Вася, проехавший весь эскалатор вверх, насчитал 300 человек, спускающихся вниз. А сколько человек (в обе стороны) за тот же период времени проедет мимо контролёра, сидящего в будке у основания эскалатора?

3. Вова нарисовал карандашом разбиение клетчатого прямоугольника на прямые тримино (прямоугольники размером 3×1). У каждой горизонтальной тримино он закрасил ручкой левую клетку, а у каждой вертикальной — верхнюю. После этого он стер карандашные линии. Всегда ли можно восстановить исходное разбиение?

4. Положительные числа a, b, c, d таковы, что выполняется хотя бы одно из неравенств

$$ab > \min \left\{ \frac{c}{d}, \frac{d}{c} \right\}, \quad cd > \min \left\{ \frac{a}{b}, \frac{b}{a} \right\}.$$

Докажите, что тогда выполнено хотя бы одно из неравенств

$$ad > \min \left\{ \frac{b}{c}, \frac{c}{b} \right\}, \quad bc > \min \left\{ \frac{a}{d}, \frac{d}{a} \right\}.$$

5. Имеет ли решения ребус

ВОРОН+КОРОБ+БОРОВ+НОРОВ+ГОРОД=ТВОРОГ?

Заключительная олимпиада. Вывод

6. На клетчатой бумаге нарисован 250-угольник, каждая сторона которого идёт по линиям сетки. Этот многоугольник разбили на несколько прямоугольников, стороны которых также идут по линиям сетки. Оказалось, что ни в какой точке не сходятся четыре прямоугольника. Все вершины прямоугольников покрасили в белый и чёрный цвета так, что у каждого прямоугольника белых и чёрных вершин поровну. Могло ли оказаться, что и у исходного 250-угольника белых и чёрных вершин поровну?

7. Есть две полосы длиной 10. В первой самой левой клетке каждой из полосок стоит 200 фишек. Двое играют в следующую игру: Паша своим ходом сдвигает произвольное множество фишек на одну клетку вправо, а Рома снимает с поля все только что сдвинутые фишки из какой-то из полосок по своему выбору. Первым ходит Паша. Сможет ли Паша поставить какую-нибудь фишку на последнюю клетку какой-нибудь полосы?

8. В стране 99 городов, и каждые два соединены прямой авиалинией. Цена перелёта между двумя городами фиксирована и составляет либо 1000, либо 2000 рублей. Сумма цен на билеты из каждого города не меньше 120000. Барон Мюнхгаузен и Вася поспорили, что барон может облететь несколько городов, не посетив ни один из них дважды, и потратить на билеты не менее 140000 рублей. Всегда ли барон сможет победить?