

**Упражнение.** На доске написано 2024 числа. Оказалось, что сумма любых двух написанных на доске чисел также написана на доске. Какое наибольшее количество ненулевых чисел может быть написано?

**Упражнение.** В 2024 коробках лежат карандаши (пустых коробок нет). Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причем в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, что из каждой коробки можно выбрать по карандашу так, что все они будут разных цветов.

1. Девять чисел таковы, что сумма каждых четырёх из них меньше суммы пяти остальных. Докажите, что все числа положительны.

2. Дональд собирает из 27 маленьких кубических слитков золота один большой куб  $3 \times 3 \times 3$ . Каждый слиток имеет три параметра: стоимость, дату изготовления и вес. При этом нет пары слитков, у которых совпадает хотя бы один параметр. Может ли Дональд расположить слитки так, чтобы каждый из них был дороже слитка, находящегося под ним, старше слитка справа от него и тяжелее слитка перед ним?

3. Ученики М6 на зарядке выстроились в две шеренги по 34 человека в каждой. Оказалось, что каждый школьник из второй шеренги не ниже стоящего перед ним школьника из первой шеренги. Физрук решил выстроить детей в каждой шеренге по убыванию роста слева направо. Докажите, что даже после этого каждый школьник из второй шеренги будет не ниже стоящего перед ним школьника из первой шеренги.

4. Даны 20 различных натуральных чисел, меньших 70. Докажите, что среди их попарных разностей найдутся четыре одинаковых.

5. На доске в ряд записаны 2024 числа. Любые два соседних числа отличаются не более, чем на 1. Докажите, что все эти числа можно записать в таблицу с 2 строками и 1012 столбцами так, чтобы суммы чисел в соседних столбцах отличались не более, чем на 1.

6. Все биологи живут в Заклубье, и больше там никто не живёт. В Заклубье корпус называется крупным, если в нём живёт более 7% биологов. Известно, что для каждого крупного корпуса найдутся такие два корпуса с меньшим числом проживающих, что их суммарное население больше, чем у этого крупного корпуса. Какое наименьшее число корпусов может быть в Заклубье?

7. Каждый охранник в Вишкиле при трудоустройстве выразил пожелания по графику работы.  $k$ -й охранник хочет работать по графику  $N_k$  на  $N_k$ :  $N_k$  дней дежурства,  $N_k$  дней отдыха, затем опять  $N_k$  дней дежурства и т.д. Известно, что  $N_i$  отличается от  $N_j$  хотя бы в три раза при всех различных  $i$  и  $j$ . Может ли такая бригада охранников осуществлять ежедневное дежурство?

8. Из целых чисел от 0 до 1000 выбрали 101 число (все они различны). Докажите, что среди модулей их попарных разностей есть десять различных чисел, не превосходящих 100.