

Десятичная запись числа

1. В тюрьму посадили узника. Надзиратель сказал ему: «Я загадаю три цифры x , y и z . Ты назовёшь мне три числа a , b и c . Я скажу тебе, чему равно $ax + by + cz$. Если ты отгадаешь, какие цифры x , y , z (именно в таком порядке!) я задумал, то будешь свободен». Имеет ли узник возможность гарантированно выйти из тюрьмы?

2. Найдите наименьшее натуральное число такое, что его сумма цифр делится на 5, и сумма цифр следующего за ним натурального числа тоже делится на 5.

3. Найдите все трёхзначные числа, сумма цифр которых уменьшится в 3 раза, если само число увеличить на 3.

В задачах 4 – 6 одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры

4. Решите ребус: $ABC + AC + A = BCC$.

5. Сумма $МАДАМ + МАДАМ + \dots + МАДАМ$ (99 999 слагаемых) оканчивается на 679. Чему равно $МАДАМ$?

6. (а) Известно, что $ДВАЖДЫ + ДВА$ делится на 13. Докажите, что $ЧЕТЫРЕЖДЫ + ЧЕТЫРЕ$ тоже делится на 13.

(б) Известно, что $КРЯКВА + КРЯ + КРЯ$ делится на 167. Докажите, что $КВАКРЯ + КВА + КВА$ не делится на 167.

7. Витя написал в тетради число вида $777 \dots 77$. Каждую минуту он выполняет следующие действия: стирает у числа на доске последнюю цифру, результат умножает на 3 и к произведению прибавляет стёртую цифру. Докажите, что через некоторое время на доске будет написано число 7.

8. Петя утверждает, что нашёл такое натуральное n , что для любых ненулевых цифр x и y число \overline{xnuy} делится на \overline{xy} . Не ошибается ли Петя? (Через $a \dots b$ обозначено число, получаемое приписыванием друг к другу десятичных записей чисел a, \dots, b .)

9. Число называется фееричным, если оно раскладывается не более чем на четыре простых множителя (в частности, простое число подойдёт). Миша выписал в ряд по порядку 7 последовательных трёхзначных чисел. Докажите, что он сможет выбрать среди них два соседних так, чтобы образованное ими шестизначное число было фееричным.