

Подсчёты, двойные и не очень

1. В ряд стоят m мальчиков и d девочек в каком-то порядке. Каждого мальчика спросили, сколько справа от него стоит девочек, а каждую девочку — сколько слева от нее стоит мальчиков. Докажите, что сумма чисел, названных мальчиками, равна сумме чисел, названных девочками.

2. 2024² монеток выложили квадратом 2024×2024 . Петя выбирает какую-нибудь монетку, записывает, сколько монеток лежит с ней в одной строке или одном столбце (считая её саму) и выкидывает её. Он делает так, пока монетки не закончатся. Чему может быть равна сумма записанных им чисел в конце?

3. В клетчатом квадрате 10×10 , вначале пустом, Жанна закрашивает по одной клетке, вписывая в каждую только что закрашенную клетку количество граничащих с нею (по стороне) ранее закрашенных клеток. Чему будет равна сумма всех чисел в квадрате, когда будут закрашены все клетки?

4. В куче 1001 камень. Её произвольно делят на две кучи, подсчитывают количества камней в них и записывают произведение этих двух чисел. Затем с одной из этих куч (в которой больше одного камня) проделывают ту же операцию: делят на две и записывают произведение количеств камней в двух вновь образованных кучах. Затем ту же операцию повторяем с одной из трех полученных куч и так далее, пока во всех кучах не станет по одному камню. Чему равна сумма 1000 записанных произведений?

5. У каждого из 16 детей было по 8 конфет. Каждую минуту один из детей платит в кассу столько рублей, у скольких детей конфет не меньше, чем у него, а затем съедает одну свою конфету. Сколько денег может оказаться в кассе, когда все конфеты будут съедены?

6. На столе лежали две колоды, по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды подсчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (то есть сколько карт между семёрками червей, между дамами пик, и т.д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?

7. С начала учебного года Андрей записывал свои оценки по математике. Получая очередную оценку (2, 3, 4 или 5), он называл её *неожиданной*, если до этого момента она встречалась реже каждой из всех остальных возможных оценок. (Например, если бы он получил с начала года подряд оценки 3, 4, 2, 5, 5, 5, 2, 3, 4, 3, то неожиданными были бы первая пятерка и вторая четвёрка.) За весь учебный год Андрей получил 40 оценок — по 10 пятерок, четверок, троек и двоек (неизвестно, в каком порядке). Можно ли точно сказать, сколько оценок были для него неожиданными?