

**Пример.** В строку записаны 10 чисел, причём сумма любых трёх подряд идущих чисел равна 7, а сумма всех чисел равна 20. Найдите четвёртое справа число.

1. Можно ли в некоторые клетки квадрата  $10 \times 10$  поставить по одной звёздочке так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике  $3 \times 1$  — ровно одна звёздочка?

2. После лагеря, в котором участвовал 101 школьник каждый отправил 2 или 4 открытки другим школьникам. Мог ли каждый школьник получить по 3 открытки?

3. В ряд стоят мальчики и девочки. Каждого мальчика спросили, сколько справа от него девочек, а каждую девочку — сколько слева от неё мальчиков. Докажите, что сумма чисел, названных мальчиками, совпадает с суммой чисел, названных девочками.

4. По кругу в некотором порядке расставлены 9 цифр от 1 до 9. Рассмотрим тройки цифр, стоящих подряд, по часовой стрелке, образующих трёхзначное число. Какое значение может принимать сумма этих трёхзначных чисел? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.

5. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

6. Ваня выбрал 12 различных натуральных чисел из набора чисел от 1 до 13 и написал их на рёбрах куба так, чтобы для каждой вершины куба сумма чисел, написанных на рёбрах, которые в ней сходятся, была одинаковой. Какое максимальное число из этих 13 чисел мог не выбрать Ваня?

7. На доске написано несколько натуральных чисел. Петя посчитал, сколько на доске написано чисел, и записал результат. Затем

Петя посчитал, сколько чисел больших 1 первоначально было выписано на доске, и записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел больших 2 первоначально было выписано на доске, и записал результат. И так далее. Докажите, что сумма выписанных Петей чисел равна сумме первоначальных чисел.

8. По кругу расставлены красные и синие числа. Каждое красное число равно сумме соседних чисел, а каждое синее — полусумме соседних чисел. Докажите, что сумма красных чисел равна нулю.

9. Дан набор, состоящий из таких 100 различных чисел, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что произведение чисел в наборе положительно.