

1. Денис нарисовал на плоскости треугольник. Владислав провел несколько прямых, которые разделили треугольник на части. Докажите, что хотя бы одна из этих частей снова треугольник.
2. На какую максимальную степень тройки делится число, десятичная запись которого состоит из 3^n единиц?
3. Из квадрата клетчатой бумаги размером $2^n \times 2^n$ вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на «уголки» из трёх клеток.
4. У Саши есть детская пирамидка, в которой n колец уложены от большего к меньшему. Также два пустых стержня той же высоты. Разрешается перекладывать верхнее кольцо с одного стержня на другой, но при этом запрещается класть больше кольцо на меньшее. Докажите, что Саша может переложить все кольца на один из пустых стержней за $2^n - 1$ действие.
5. Докажите, что неоднозначное натуральное число больше произведения своих цифр.
6. В Математической стране 100 городов. Любые два города соединены напрямую либо автодорогой, либо веткой метро. Докажите, что или из любого города в любой можно проехать на автомобиле, или из любого города в любой можно добраться на метро.
7. Докажите, что $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$. F_i — это i число Фибоначчи.
8. Докажите, что $3^{2n+2} + 8n - 9$ делится на 16.
9. Докажите, что $4^n + 15n - 1$ делится на 9.
10. Докажите, что $2^n > n$.
11. При каких n верно, что $2^n > n^2$.