

*Основные идеи.* (а) Разбить доску на части и посмотреть, что может быть в каждой из частей, (b) сосчитать клетки, (с) сосчитать узлы.

1. Магараджа — это фигура, которая бьёт как ладья, слон и конь одновременно. Какое максимальное количество магараджей можно расставить на доске  $6 \times 6$ , чтобы они не били друг друга?

2. Зашоренная ладья умеет бить только в двух перпендикулярных направлениях (например, только вправо и вниз). Костя ставит на шахматную доску зашоренных ладей, причём для каждой ладьи он сам выбирает, какие именно направления бьёт эта ладья (для разных ладей направления могут быть разными). Какое наибольшее количество зашоренных ладей сможет поставить Костя так, чтобы ни одна из них не била другую?

3. Куб со стороной 1000 разбит на  $1000^3$  маленьких кубиков. Этот куб освещается несколькими светлячками. Каждый светляк освещает кубик, в котором находится, а также все соседние (по грани, ребру или вершине) кубики. Какое наименьшее количество светляков понадобится, чтобы осветить весь куб?

4. Какое наибольшее количество несоприкасающихся (даже углами) между собой кораблей  $1 \times 2$  можно разместить на поле  $8 \times 8$ ?

5. В белом квадрате  $7 \times 7$  поочерёдно закрашиваются в чёрный цвет клетки, у которых до покраски было не более одной чёрной вершины. Какое наибольшее количество клеток можно закрасить таким образом?

6. Большой Шахматный Зал Мории представляет собой доску  $8 \times 8$ . Гэндальфу и компании предстоит пересечь его слева направо по верхней горизонтали. Проблема заключается в том, что в этом зале есть барлоги. Барлоги — существа подслеповатые, видят только на две клетки в любую из четырёх сторон и на одну

— по диагонали; они сидят неподвижно, пока не увидят жертву. Кроме того, барлоги являются ещё и очень недружелюбными, они никогда не становятся так, чтобы видеть друг друга. Гэндальфу удалось провести отряд так, что они попались на глаза только одному барлогу. Какое наибольшее количество барлогов могло быть?

7. В городе есть 10 параллельных улиц, идущих с севера на юг, и ещё 10 улиц, идущих с запада на восток, все они образуют квадрат  $9 \times 9$ . На каждом перекрёстке находится площадь (всего 100 площадей). Расстояние от каждой площади до соседней вдоль какой-либо улицы — 1 км. *Баней шаговой доступности* называется баня, до которой можно добраться по улицам, пройдя не более 3 км. Министерство чистоты хочет установить на некоторых площадях бани так, чтобы любой человек, идущий по любой улице, независимо от направления пути, обязательно шёл бы в баню шаговой доступности (т. е. расстояние между человеком и баней должно сокращаться, и баня должна быть для человека баней шаговой доступности). Хватит ли для этого 12 бань?