

1. Девятнадцать мальчиков 6Я класса договорились написать девочкам валентинки. Они договорились, что все мальчики напишут одинаковое количество валентинок, а каждый мальчик будет писать валентинки разным девочкам. После того как все валентинки были написаны и отправлены, некоторые мальчики осознали, что сегодня 14 июля, а вовсе не 14 февраля, а значит, валентинки отправлять немного несвоевременно. Тогда каждый мальчик, осознавший этот печальный факт, написал каждой девочке, которой он отправлял валентинку, ещё одно письмо: «Извини, это не тебе». В итоге каждая девочка получила три письма (валентинки или «Это не тебе»).

Каких мальчиков больше — осознавших свою ошибку, или остальных?

2. В школе в день Святого Валентина мальчики дарили валентинки девочкам, и наоборот. Каждый мальчик подарил пять валентинок девочкам с признанием в любви. Девочки же оказались гораздо скромнее: каждая подарила всего четыре валентинки с признанием в любви мальчикам. Пять школьников (три Валентины и два Валентина) получили поровну валентинок, а все остальные школьники по две валентинки. Докажите, что мальчиков и девочек в школе поровну.

3. В группе из 79 школьников у каждого не более 39 знакомых, причем у любого мальчика есть знакомая девочка, а у любой девочки — знакомый мальчик. Может ли оказаться, что все девочки из этой группы имеют в ней поровну знакомых мальчиков, а все мальчики — поровну знакомых девочек? Все знакомства взаимные.

4. В многограннике все грани треугольные или четырёхугольные. Каждую из граней покрасили в чёрный или белый цвет так, что любые две соседние грани оказались окрашены в разные цвета. Оказалось, что белых и чёрных треугольных граней поровну.

Докажите, что белых и чёрных четырёхугольных граней тоже поровну.

5. Есть клетчатая таблица, в которой некоторые клетки закрашены. «Я могу закрасить ещё по 5 клеток в каждой строке, — сказал Яков, — и тогда в каждом столбце будет закрашено столько же клеток, сколько в каждой строке сейчас.» «А я могу стереть по три клетки в каждом столбце, — ответил Юрий, — и тогда в каждой строчке будет закрашено столько же клеток, сколько в каждом столбце сейчас.» Докажите, что кто-то из них ошибается.

6. На каждой из 2024 карточек написано целое число от 0 до 2023. Андрей не видит, что на этих карточках, но утверждает, что может заменить числа не более чем на N карточках так, чтобы новые числа на карточках были степенями вершин некоторого графа. При каком наименьшем N его слова гарантированно окажутся правдой?