

Линейное представление НОДа

1. Обозначим через F_n n -ое число Фибоначчи (т.е. $F_1 = 1$, $F_2 = 1$ и $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$). Докажите, что $\text{НОД}(F_n, F_{n-1}) = 1$.
2. Найдите линейное представление $\text{НОД}(607, 477)$, $\text{НОД}(343, 246)$.
3. На прямой, в точке 0, сидит блоха. Каждый момент времени она прыгает в любом направлении (взад и вперед) на 2024 или 1447. Как нужно прыгать блохе, чтобы попасть в точку x .
4. Докажите, что для любого натурального n существуют целые x и y такие, что

$$x(14n + 3) + y(21n + 4) = 1.$$

5. В некоторой стране провели денежную реформу и оставили в обращении только две купюры достоинством 65 и 999 тугриков.
(a) Докажите, что этими купюрами можно заплатить любую сумму денег (возможно, со сдачей). (b) Докажите, что любую сумму большую 1000000 можно заплатить этими купюрами без сдачи.