

**Почему процесс остановится**

Эти задачи бесполезно решать долгими и пространными объяснениями. Решаются они так: заводим некоторое Число (его называют полуинвариантом) и доказываем, что наше Число после одного хода либо только увеличивается, либо только уменьшается (иногда, правда, может и не меняться). Далее пытаемся приспособить рассуждение к нашей задаче.

Помните, что можно бесконечно много раз уменьшать некоторое Число, и от этого оно не станет меньше хотя бы на 1 (например, сперва уменьшаем на  $1/2$ , потом на  $1/4$ , потом на  $1/8$  и т.д.).

1. В целых точках числовой прямой сидят лягузавры, их всего 2023 штуки (в одной точке может сидеть несколько лягузавров). Каждую минуту какие-то два лягузавра, находящиеся на расстоянии не менее двух, прыгают на 1 навстречу друг другу (левый — вправо, правый — влево). Докажите, что настанет момент, когда ни один из лягузавров не сможет прыгнуть.

2. В группе 20 детей, некоторые из них дружат. Каждый день происходит следующее безобразие: один человек, у которого менее 10 друзей, ссорится со всеми своими друзьями и начинает дружить во всеми, с кем в начале дня не дружил. Может ли это безобразие продолжаться бесконечно долго (конечностью смены в ЛМШ пренебречь)?

3. В колоде часть карт лежит рубашкой вниз. Время от времени Петя вынимает из колоды пачку из одной или нескольких подряд идущих карт, в которой верхняя и нижняя карты лежат рубашкой вниз, переворачивает всю пачку как одно целое и вставляет её в то же место колоды (если пачка состоит лишь из одной карты, то требуется только, чтобы она лежала рубашкой вниз). Докажите, что в конце концов все карты лягут рубашкой вверх, как бы ни действовал Петя.

4. В каждой клетке таблицы  $100 \times 100$  написано положительное рациональное число. Каждую минуту подбегает хулиганка Яна, замечает два рядом стоящих не равных числа  $a$  и  $b$ , и на месте большего из них пишет  $|a - b|$  ( $a$  меньшее не трогает). Докажите, что с некоторого момента таблица перестанет меняться.

5. Есть 10 чисел (возможно, не целых), не все они одинаковые. За одну операцию можно два не равных числа заменить на два равных с той же суммой. Может ли на доске через несколько операций возникнуть тот же набор чисел, что в начале?