

Деревянная добавка

1. В дереве есть 10 вершин степени 3, 15 вершин степени 4, а все остальные вершины — висячие. Сколько их?
2. Каждая грань кубика разбита на 4 квадрата. Некоторые стороны этих квадратов раскрасили в красный цвет — всего 26 сторон. Докажите, что на поверхности кубика найдется замкнутая ломаная из красных отрезков.
3. В стране 10 городов, каждые два города соединены авиалинией. Эти авиалинии необходимо распределить по  $n$  авиакомпаниям так, чтобы из любого города можно было добраться до любого другого, пользуясь любой из авиакомпаний (возможно, с пересадками). При каком наибольшем  $n$  это возможно?
4. В дереве степени всех вершин нечётные. Докажите, что более половины его вершин висячие.
5. В стране  $n > 2$  городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Известно, что между любыми двумя городами есть воздушный путь. Докажите, что можно побывать в каждом городе, совершив не более  $2n - 4$  перелетов.