

Оценка + пример

Пример. В ряд выложены апельсины, бананы, яблоки и груши так, что все четыре вида фруктов представлены, и представители любых двух видов где-то лежат рядом. Какое наименьшее количество фруктов могло быть выложено?

Пример. Из одинакового количества квадратов со сторонами 1, 2 и 3 составьте квадрат наименьшего возможного размера.

1. Найдите наибольшее натуральное число, которое невозможно представить в виде суммы двух составных чисел.

2. На шахматную доску по очереди выставляются короли так, что каждый новый поставленный король бьёт не более одного выставленного на тот момент на доску короля. Какое наибольшее количество королей можно выставить на доску по таким правилам?

3. Какое наименьшее количество фишек нужно расставить на шахматной доске так, чтобы в любом квадрате 3×3 находилось ровно 4 фишки?

4. В каждой клетке доски размером 5×5 стоит крестик или нолик, причём никакие три крестика не стоят подряд ни по горизонтали, ни по вертикали, ни по диагонали. Какое наибольшее количество крестиков может быть на доске?

5. Обезьяна становится счастливой, когда съедает три разных фрукта. Какое наибольшее количество обезьян можно осчастливить, имея 20 груш, 30 бананов, 40 персиков и 50 мандаринов?

6. Какое наибольшее количество чисел можно отметить среди первых 1000 натуральных чисел, чтобы разность любых двух отмеченных чисел не была простым числом?

7. Однажды Петя наловил на пруду 49 лягушек и посадил их в клетки квадрата 7×7 . По его команде все лягушки перепрыгнули в соседнюю по стороне клетку. Какое наибольшее количество клеток могло оказаться свободными?

8. На доске написаны числа 2, 3, 4, ..., 29, 30. За рубль можно отметить любое число. Если какое-то число уже отмечено, можно бесплатно отмечать его делители и числа, кратные ему. За какое наименьшее число рублей можно отметить все числа на доске?

9. Ваня написал несколько (больше одного) первых натуральных чисел в строку без пробелов в некотором порядке. Оказалось, что строка читается одинаково как слева направо, так и справа налево. Какое наименьшее количество чисел мог написать Ваня?

10. Для какого наименьшего n на доске 10×10 можно расставить прямоугольники $1 \times 1, 1 \times 2, \dots, 1 \times n$ (возможно, повернутые на 90°) так, чтобы на доске не осталось места для прямоугольника $1 \times (n + 1)$?

11. Сеть автобусных маршрутов в пригороде Амстердама устроена так, что:

(a) на каждом маршруте есть ровно три остановки;

(b) каждые два маршрута либо вовсе не имеют общих остановок, либо имеют только одну общую остановку. Какое наибольшее количество маршрутов может быть в этом пригороде, если в нём всего 9 остановок?

12. В турнире по футболу участвовало пять команд. Каждая должна была сыграть с каждой из остальных ровно один матч. В связи с ухудшением погодных условий организаторы некоторые игры отменили. В итоге оказалось, что все команды набрали различное ненулевое количество очков. Какое наименьшее число игр могло быть сыграно в турнире, если за победу начислялось три очка, за ничью — одно, за поражение — ноль?