

Разминка. Пете в дневник выставили оценки за 5 предметов за четверть. Каждая от 1 до 5. Петя стёр минимальную из них. Его младший брат Коля стёр максимальную. Открыв дневник, мама Пети увидела 3 цифры с суммой 10. Какой максимальной и минимальной может быть сумма всех оценок Пети?

1. 19 детей решили 624 задачи. Докажите, что можно выбрать 5 так, что они решили 165 задач.
2. Какое минимальное число различных попарных сумм у 10 различных чисел?
3. На тарелке лежат 9 разных кусочков сыра. Всегда ли можно разрезать один из них на две части так, чтобы полученные 10 кусочков делились бы на две порции равной массы по 5 кусочков в каждой?
4. Девять чисел таковы, что сумма каждых четырёх из них меньше суммы пяти остальных. Докажите, что все числа положительны.
5. На витрине в порядке убывания масс лежат 10 фруктов. Известно, что самый вкусный ровно вдвое легче всех остальных вместе взятых. За какое наименьшее число взвешиваний можно его найти?
6. На доске выписано 100 различных чисел. Докажите, что среди них можно выбрать пять чисел так, что их среднее арифметическое не будет равно среднему арифметическому никаких шести из выписанных чисел.
7. Шестиклассник наловил 100 мг мух. Каждая муха больше 7 мг считается крупной. Известно, что для каждой крупной мухи есть 2 мухи меньшего веса, сумма весов которых больше веса крупной мухи. Какое наименьшее число мух поймал шестиклассник?

8. Двадцать рыцарей надели двадцать плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т.д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.

9. Из целых чисел от 0 до 1000 выбрали 101 число. Докажите, что среди модулей их попарных разностей есть десять различных чисел, не превосходящих 100.

10. На доске 10×10 написаны числа от 1 до 100. В каждой строке отмечено 3-е по величине число. (a) Докажите, что есть отмеченное число не меньше 80. (b) Докажите, что сумма отмеченных чисел хотя бы 440. (c) Докажите, что найдётся строка, сумма чисел в которой не больше суммы отмеченных чисел.