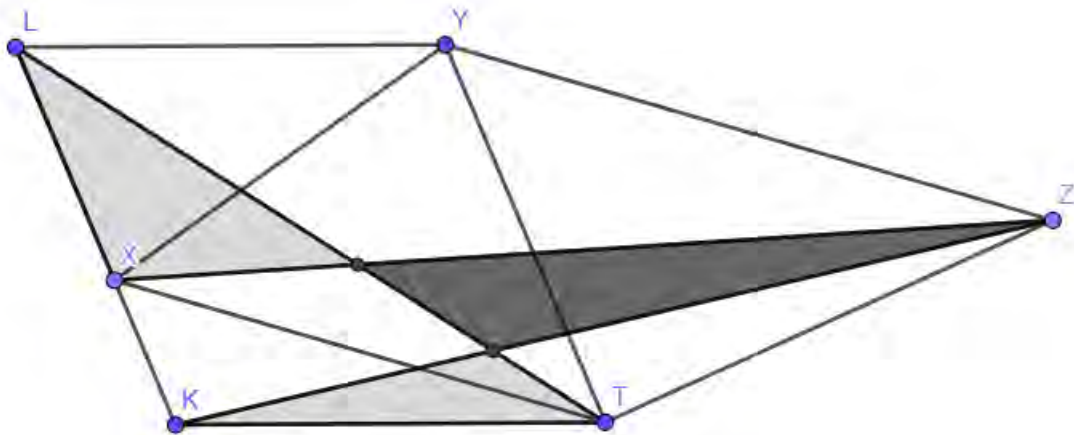


## Площадь-2

**Лемма.** Дан отрезок  $AB$  и точки  $X$  и  $Y$ , такие что  $XY \parallel AB$ . Тогда площади треугольников  $ABX$  и  $ABY$  равны.

**Замечание.** Все задачи этого листочка решаются без использования равенств треугольников!

1. Основание трапеции  $AD$  в два раза больше другого ее основания  $BC$ , точка  $M$  — середина  $AD$ . Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $MCD$  равновелики.
2. Через точку  $X$ , лежащую на стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ , проведены прямые, параллельные двум другим сторонам и пересекающие стороны  $AB$  и  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Докажите, что треугольники  $YBX$  и  $ZCX$  равновелики.
3. Точки  $A$ ,  $D$ ,  $G$  и  $J$  лежат на одной прямой именно в таком порядке. На отрезках  $AD$ ,  $DG$  и  $GJ$  как на сторонах построили квадраты  $ABCD$ ,  $DEFG$  и  $GHIJ$  в одну и ту же сторону. Докажите, что треугольники  $BEG$  и  $IFD$  равновелики.
4. Трапеция  $XYZT$  и параллелограмм  $KLYT$  расположены так, как показано на рисунке, причем  $XZ \parallel KT$ . Докажите, что сумма площадей серых треугольников равна площади черного треугольника.



5. Стороны  $AB$  и  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  продлили за точки  $B$  и  $D$  на отрезки  $BX$  и  $DY$  соответственно. Отрезки  $XD$  и  $YB$  пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади четырехугольников  $ABPD$  и  $XCYP$  равны.
6. Диагонали выпуклого четырехугольника  $ABCD$  равны и пересекаются в точке  $X$ . Точка  $P$  внутри треугольника  $AXD$  такова, что  $CD \parallel BP$  и  $AB \parallel CP$ . Докажите, что точка  $P$  лежит на биссектрисе угла  $AXD$ .