



## Принцип крайнего 3 июля

1. Известно, что сумма любых двух различных натуральных чисел из набора является степенью двойки. Из какого наибольшего количества чисел может состоять такой набор?
2. Юра написал набор из 10 натуральных чисел. Павел Сергеевич для каждой пары написанных чисел вычислил их НОД. Оказалось, что все числа Юры оказались среди тех, что навывислял Павел Сергеевич. Какое наибольшее количество различных чисел мог написать Юра?
3. Найдите все четверки целых чисел, в которых любое число равно произведению каких-либо двух других чисел.
4. Павел Сергеевич написал несколько различных простых чисел в порядке возрастания. Юра написал суммы каждых двух подряд идущих чисел в последовательности Павла Сергеевича. Может ли произведение чисел, написанных Юрой, делиться на произведение чисел, написанных Павлом Сергеевичем?
5. Докажите, что каждое натуральное число можно представить в виде разности двух натуральных чисел, разложение которых на простые множители содержит одинаковое число различных простых множителей. (То есть, например, в разложении числа 12 есть два различных простых множителя: 2 и 3).
6. Несколько последовательных натуральных чисел разбили на два непустых множества: красные и синие. Может ли оказаться так, что сумма НОК всех красных чисел и НОК всех синих чисел является степенью двойки?
7. По кругу стоят  $10^{1000}$  натуральных чисел. Между каждыми двумя соседними числами записали их НОК. Могут ли эти НОК образовать  $10^{1000}$  последовательных чисел (расположенных в каком-то порядке)?
8. Докажите, что сумма всех чисел вида  $\frac{1}{mn}$ , где  $1 < m < n < 2024$ , не является целым числом.



## Принцип крайнего 3 июля

1. Известно, что сумма любых двух различных натуральных чисел из набора является степенью двойки. Из какого наибольшего количества чисел может состоять такой набор?
2. Юра написал набор из 10 натуральных чисел. Павел Сергеевич для каждой пары написанных чисел вычислил их НОД. Оказалось, что все числа Юры оказались среди тех, что навывислял Павел Сергеевич. Какое наибольшее количество различных чисел мог написать Юра?
3. Найдите все четверки целых чисел, в которых любое число равно произведению каких-либо двух других чисел.
4. Павел Сергеевич написал несколько различных простых чисел в порядке возрастания. Юра написал суммы каждых двух подряд идущих чисел в последовательности Павла Сергеевича. Может ли произведение чисел, написанных Юрой, делиться на произведение чисел, написанных Павлом Сергеевичем?
5. Докажите, что каждое натуральное число можно представить в виде разности двух натуральных чисел, разложение которых на простые множители содержит одинаковое число различных простых множителей. (То есть, например, в разложении числа 12 есть два различных простых множителя: 2 и 3).
6. Несколько последовательных натуральных чисел разбили на два непустых множества: красные и синие. Может ли оказаться так, что сумма НОК всех красных чисел и НОК всех синих чисел является степенью двойки?
7. По кругу стоят  $10^{1000}$  натуральных чисел. Между каждыми двумя соседними числами записали их НОК. Могут ли эти НОК образовать  $10^{1000}$  последовательных чисел (расположенных в каком-то порядке)?
8. Докажите, что сумма всех чисел вида  $\frac{1}{mn}$ , где  $1 < m < n < 2024$ , не является целым числом.