

Бином Ньютона

Всем известно, что $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Найдите подобные формулы для $(a + b)^3$, $(a + b)^4$ и $(a + b)^5$.

Обобщение этих формул на произвольную степень называется *бином Ньютона*.

Запишите его: $(a + b)^n =$

1. Запишите формулу для $(a - b)^5$.
2. Вычислите: (a) $1,1^4$; (b) $1,01^8$.
3. Найдите коэффициент при a^4b^4 в разложении $(2a + b^2)^6$.
4. Используя бином Ньютона, вычислите выражения:
 - (a) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$;
 - (b) $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots \pm C_n^n$;
 - (c) $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 2^3C_n^3 + \dots + 2^nC_n^n$.
5. Докажите бином Ньютона другим способом: не получайте каждую строку из предыдущей, а рассмотрите сразу произведение n скобок вида $(a + b)$ и используйте комбинаторное определение чисел C_n^k .
6. Решите уравнение $16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 65 = 0$.
7. Докажите, что при натуральных n и неотрицательных x выполняется неравенство Бернулли: $(1 + x)^n \geq 1 + nx$.
8. На сколько нулей оканчивается число $11^{100} - 1$?
9. Докажите, что $(x + y)^{101} \equiv_{101} x^{101} + y^{101}$.
10. Докажите, что $C_{2n}^n = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^{n-1})^2 + (C_n^n)^2$.