

## Покрывтия

1. Докажите, что (а) круг диаметра 1 можно накрыть квадратом со стороной 1; (б) равносторонний треугольник со стороной 2 можно накрыть четырьмя единичными квадратами. (с) Можно ли тремя единичными квадратами накрыть равносторонний треугольник со стороной 2?

*Диаметром множества точек на плоскости называется максимальное расстояние между двумя его точками.*

2. Два отрезка длины 1 имеют общую точку. Докажите, что оба одновременно можно накрыть кругом радиуса 1.
3. Можно ли равносторонний треугольник накрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками?
4. Докажите, что фигуру диаметра 1 можно покрыть квадратом со стороной 1.
5. (а) На сторонах треугольника построены квадраты во внутреннюю сторону. Докажите, что они покрывают треугольник. (б) Достаточно ли любых двух квадратов?
6. Докажите, что выпуклый четырехугольник покрывается кругами, построенными на его сторонах как на диаметре.
7. На сторонах остроугольного треугольника как на диагоналях построили три квадрата. Докажите, что квадраты полностью накрыли треугольник.
8. (а) На столе лежат пять одинаковых бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, не поворачивая. Верно ли, что всегда любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими? (б) На столе лежат пять одинаковых равносторонних бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, не поворачивая. Докажите, что любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими.

*Фигура называется выпуклой, если вместе с любыми двумя точками содержит весь отрезок.*

9. Из картона вырезали две одинаковых выпуклых фигуры. Известно, что при любом взаимном расположении на прямоугольном столе эти фигуры имеют общие точки. Докажите, что если вырезать еще одну такую же фигуру и разместить на столе, то все три будут иметь общую точку.
10. Можно ли в круге радиуса 9,5 расположить 400 точек так, чтобы любые две были на расстоянии не менее 1?