

Упорядочивание

Пример. На столе стоят 10 стаканов. В 9 из них налита вода, причём во все стаканы разное количество, а один стакан стоит пустым. Всегда ли можно так перелить некоторое количество воды из одного стакана в пустой, чтобы суммарный объём воды в каких-то пяти стаканах равнялся суммарному объёму в остальных пяти стаканах?

1. Девять чисел таковы, что сумма каждых четырёх из них меньше суммы пяти остальных. Докажите, что все числа положительны.
2. В 10 коробках лежат карандаши (пустых коробок нет). Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причём в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, что из каждой коробки можно выбрать по карандашу так, что все они будут разных цветов.
3. На числовой прямой отмечены n чисел. Если взять любые три из них, то сумма каких-то двух из них также будет отмечена. При каком наибольшем n такое возможно?
4. Каждому ЛМШонку случайно выдали по футболке, и каждому из них его футболка оказалась мала. Чтобы исправить ситуацию, было решено, что ребенок с самым большим заявленным размером возьмет себе самую большую футболку, ребенок со 2-м размером футболки возьмет 2-ю по размеру футболку и т.д. Докажите, что и в этом случае дети не получают футболки своих размеров, а именно футболка, доставшаяся каждому ребенку, будет ему мала.
5. Учитель задумал несколько чисел, после чего выписал на доске всевозможные их попарные суммы. В результате на доске оказались следующие числа: 10; 21; 22; 33; 51; 52; 63; 63; 74; 75. Помогите школьникам определить исходные числа.
6. Из целых чисел от 0 до 1000 выбрали 101 число. Докажите, что среди модулей их попарных разностей есть десять различных чисел, не превосходящих 100.
7. В классе у каждого школьника есть уровень (натуральное число). Школьник N -го уровня N суток следит за доской, потом N суток спит, снова N суток следит за доской, N – спит, и так далее. Известно, что уровни любых двух школьников различаются хотя бы в три раза. Может ли такой класс осуществлять ежедневный мониторинг за доской?