



Кандидатский разбой – 1

3 июля

1. Найдите все натуральные k такие, что число k^2 можно представить в виде суммы k попарно различных взаимно простых натуральных чисел.
2. Дан квадрат 100×100 , каждая клетка которого может быть белой или чёрной. Изначально все клетки белые. За один ход можно перекрасить в противоположный цвет любые 99 клеток из одного столбца или одной строки. За какое наименьшее количество перекрашиваний можно получить шахматную раскраску?
3. Произведение первых n натуральных чисел отличается от произведения первых m простых натуральных чисел перестановкой цифр. Найдите все возможные пары m, n .
4. Положительные числа a, b, c удовлетворяют условию $a^2 < bc$. Докажите, что тогда $b^3 + ac^2 > ab(a + c)$.
5. Из середины каждой стороны остроугольного треугольника опущены перпендикуляры на две другие стороны. Докажите, что площадь ограниченного этими перпендикулярами шестиугольника равна половине площади треугольника.
6. На плоскости проведено n различных прямых. Каждая прямая пересекается ровно с 49 другими. Найдите все возможные значения n .



Кандидатский разбой – 1

3 июля

1. Найдите все натуральные k такие, что число k^2 можно представить в виде суммы k попарно различных взаимно простых натуральных чисел.
2. Дан квадрат 100×100 , каждая клетка которого может быть белой или чёрной. Изначально все клетки белые. За один ход можно перекрасить в противоположный цвет любые 99 клеток из одного столбца или одной строки. За какое наименьшее количество перекрашиваний можно получить шахматную раскраску?
3. Произведение первых n натуральных чисел отличается от произведения первых m простых натуральных чисел перестановкой цифр. Найдите все возможные пары m, n .
4. Положительные числа a, b, c удовлетворяют условию $a^2 < bc$. Докажите, что тогда $b^3 + ac^2 > ab(a + c)$.
5. Из середины каждой стороны остроугольного треугольника опущены перпендикуляры на две другие стороны. Докажите, что площадь ограниченного этими перпендикулярами шестиугольника равна половине площади треугольника.
6. На плоскости проведено n различных прямых. Каждая прямая пересекается ровно с 49 другими. Найдите все возможные значения n .