

Теорема Фалеса

Теорема Фалеса. Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой стороне угла.

Теорема о пропорциональных отрезках. Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от его сторон пропорциональные отрезки.

1. В параллелограмме $ABCD$ точки M и N делят пополам стороны AD и BC соответственно. Докажите, что отрезки AN и CM делят диагональ BD параллелограмма на три равные части.
2. Точка M – середина стороны AC треугольника ABC . Точки T и K на сторонах AB и BC таковы, что MT и MK – биссектрисы углов $\angle AMB$ и $\angle BMC$ соответственно. Докажите, что $TK \parallel AC$.
3. Прямая l пересекает стороны AB , AD и диагональ AC параллелограмма $ABCD$ в точках X , Y и Z соответственно. Докажите, что $\frac{AX}{AB} + \frac{AY}{AD} = \frac{AZ}{AC}$.
4. Точки K и N расположены соответственно на сторонах AB и AC треугольника ABC , причем $AK = BK$ и $AN = 2 \cdot NC$. В каком отношении отрезок KN делит медиану AM треугольника ABC ?
5. Внутри треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = DC$. Прямая BD пересекает сторону AC в точке E . Оказалось, что углы $\angle AED$ и $\angle ACB$ в сумме дают 180° . Докажите, что $\frac{AE}{EC} = \frac{BD}{BE}$.
6. В треугольнике ABC на стороне AC отмечено основание высоты BH ; точки A_1 , B_1 и C_1 – середины сторон BC , AC и AB соответственно. Прямые A_1C_1 и BB_1 пересекаются в точке M , а прямые B_1C_1 и A_1H – в точке N . Докажите, что прямые MN и BH параллельны.
7. **Теорема о биссектрисе.** В треугольнике ABC проведена (а) биссектриса AD внутреннего угла BAC ; (б) биссектриса AD внешнего угла BAC . Докажите, используя теорему Фалеса, что $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$.