

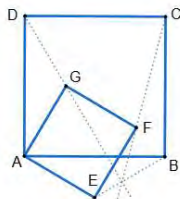


Поворот 7 июля

1. **Из разнобоя.** На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно. Известно, что $BE = 8$, $AE = 15$, AF – биссектриса угла DAE . Найдите длину отрезка DF .

Задачи

2. На биссектрисе AL треугольника ABC , в котором $AL = AC$, выбрана точка K таким образом, что $CK = BL$. Докажите, что $\angle CKL = \angle ABC$.
3. На сторонах выпуклого четырёхугольника $ABCD$ построены правильные треугольники ABM и CDP во внешнюю сторону, а BCN и ADK – во внутреннюю. Докажите, что $MN = PK$.
4. Дан равносторонний треугольник ABC . Внутри угла BAC , но вне треугольника ABC , взята точка M такая, что $\angle BMC = 120^\circ$. Докажите, что $AM = BM + CM$.
5. Внутри квадрата $ABCD$ расположены две точки P и Q . При этом $\angle PAQ = 45^\circ$, но при этом $\angle QAD < 45^\circ$. Известно, что $BP = 3$, $PQ = 5$, $BP \parallel QD$. Найдите длину отрезка DQ .
6. Внутри квадрата $ABCD$ стоят точки P и Q такие, что треугольник APQ – равносторонний. Докажите, что $BP + DQ > PQ/2$.
7. Точки M и N лежат на сторонах AB и AC правильного треугольника ABC , при этом $MN \parallel BC$. Точка D – центр треугольника AMN (точка пересечения медиан). Точка E – середина BN . Найдите углы треугольника DEC .
8. Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка M так, что $\angle AMC = 150^\circ$. Докажите, что отрезки AM , BM и CM таковы, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего.
9. **Точка Торичелли.** Дан треугольник ABC , все углы которого меньше 120° . Внутри него выбрана точка T такая, что $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA = 120^\circ$. Докажите, что сумма расстояний от данной точки до точек A , B , C меньше, чем та же величина для любой другой точки внутри треугольника.
10. $ABCD$ и $AEFG$ – квадраты (см. рисунок). Докажите, что DG , CF и EB пересекаются в одной точке.



Поворот 7 июля

1. **Из разнобоя.** На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно. Известно, что $BE = 8$, $AE = 15$, AF – биссектриса угла DAE . Найдите длину отрезка DF .

Задачи

2. На биссектрисе AL треугольника ABC , в котором $AL = AC$, выбрана точка K таким образом, что $CK = BL$. Докажите, что $\angle CKL = \angle ABC$.
3. На сторонах выпуклого четырёхугольника $ABCD$ построены правильные треугольники ABM и CDP во внешнюю сторону, а BCN и ADK – во внутреннюю. Докажите, что $MN = PK$.
4. Дан равносторонний треугольник ABC . Внутри угла BAC , но вне треугольника ABC , взята точка M такая, что $\angle BMC = 120^\circ$. Докажите, что $AM = BM + CM$.
5. Внутри квадрата $ABCD$ расположены две точки P и Q . При этом $\angle PAQ = 45^\circ$, но при этом $\angle QAD < 45^\circ$. Известно, что $BP = 3$, $PQ = 5$, $BP \parallel QD$. Найдите длину отрезка DQ .
6. Внутри квадрата $ABCD$ стоят точки P и Q такие, что треугольник APQ – равносторонний. Докажите, что $BP + DQ > PQ/2$.
7. Точки M и N лежат на сторонах AB и AC правильного треугольника ABC , при этом $MN \parallel BC$. Точка D – центр треугольника AMN (точка пересечения медиан). Точка E – середина BN . Найдите углы треугольника DEC .
8. Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка M так, что $\angle AMC = 150^\circ$. Докажите, что отрезки AM , BM и CM таковы, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего.
9. **Точка Торичелли.** Дан треугольник ABC , все углы которого меньше 120° . Внутри него выбрана точка T такая, что $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA = 120^\circ$. Докажите, что сумма расстояний от данной точки до точек A , B , C меньше, чем та же величина для любой другой точки внутри треугольника.
10. $ABCD$ и $AEFG$ – квадраты (см. рисунок). Докажите, что DG , CF и EB пересекаются в одной точке.

