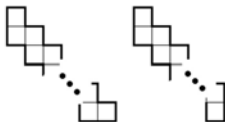




Каёмки 9 июля

1. Фигура пулемётчик бьёт как шахматная ладья, но только в 1 направлении, которое может различаться у разных пулемётчиков. Какое наибольшее количество небьющих друг друга пулемётчиков можно поставить на шахматную доску?
2. Фигура даман бьёт как шахматный слон, но только в 2 направлениях, которые могут различаться у разных дамано́в. Какое наибольшее количество небьющих друг друга дамано́в можно поставить на шахматную доску?
3. Клетки квадрата 50×50 раскрашены в четыре цвета. Докажите, что существует клетка, с четырех сторон от которой (т.е. сверху, снизу, слева и справа) имеются клетки одного с ней цвета (не обязательно соседние с этой клеткой).
4. В каждой клетке шахматной доски стоит стрелка, указывающая в одном из четырёх направлений, параллельно сторонам доски. Фишка стоит в одной из клеток. Раз в секунду фишку переставляют в соседнюю клетку по направлению стрелки под ней, после чего эту стрелку поворачивают по часовой стрелке на 90° . Докажите, что рано или поздно по этому правилу фишка должна оказаться за пределами доски.
5. При каких натуральных n на доску $n \times n$ можно выставить нескольких ладей так, чтобы каждая пустая клетка была побита ровно 3 ладьями, а каждая ладья – ровно двумя другими?
6. Из бесконечной шахматной доски выкинули все клетки, чьи обе координаты делятся на 100. Существует ли способ занумеровать все оставшиеся клетки доски натуральными числами, чтобы при любом натуральном k можно было перейти из клетки с числом k в клетку с числом $k+1$ ходом коня?
7. Лесенкой длины k называется фигура из k клеток как на рисунке справа. На какое наименьшее количество лесенок можно разбить квадрат 2024×2024 ? Лесенки могут иметь разную длину, их разрешено поворачивать и переворачивать.
8. При каких натуральных $m, n > 2$, в таблице $m \times n$ можно провести в некоторых клетках по одной диагонали так, чтобы из каждой вершины квадратиков 1×1 выходило чётное число отрезков? Стороны клеток тоже считаются отрезками.
9. Из клетчатого квадрата 55×55 вырезали 400 трёхклеточных уголков и 500 отдельных клеток по линиям сетки. Докажите, что какие-то две вырезанные фигуры имеют общий отрезок границы.



Каёмки 9 июля

1. Фигура пулемётчик бьёт как шахматная ладья, но только в 1 направлении, которое может различаться у разных пулемётчиков. Какое наибольшее количество небьющих друг друга пулемётчиков можно поставить на шахматную доску?
2. Фигура даман бьёт как шахматный слон, но только в 2 направлениях, которые могут различаться у разных дамано́в. Какое наибольшее количество небьющих друг друга дамано́в можно поставить на шахматную доску?
3. Клетки квадрата 50×50 раскрашены в четыре цвета. Докажите, что существует клетка, с четырех сторон от которой (т.е. сверху, снизу, слева и справа) имеются клетки одного с ней цвета (не обязательно соседние с этой клеткой).
4. В каждой клетке шахматной доски стоит стрелка, указывающая в одном из четырёх направлений, параллельно сторонам доски. Фишка стоит в одной из клеток. Раз в секунду фишку переставляют в соседнюю клетку по направлению стрелки под ней, после чего эту стрелку поворачивают по часовой стрелке на 90° . Докажите, что рано или поздно по этому правилу фишка должна оказаться за пределами доски.
5. При каких натуральных n на доску $n \times n$ можно выставить нескольких ладей так, чтобы каждая пустая клетка была побита ровно 3 ладьями, а каждая ладья – ровно двумя другими?
6. Из бесконечной шахматной доски выкинули все клетки, чьи обе координаты делятся на 100. Существует ли способ занумеровать все оставшиеся клетки доски натуральными числами, чтобы при любом натуральном k можно было перейти из клетки с числом k в клетку с числом $k+1$ ходом коня?
7. Лесенкой длины k называется фигура из k клеток как на рисунке справа. На какое наименьшее количество лесенок можно разбить квадрат 2024×2024 ? Лесенки могут иметь разную длину, их разрешено поворачивать и переворачивать.
8. При каких натуральных $m, n > 2$, в таблице $m \times n$ можно провести в некоторых клетках по одной диагонали так, чтобы из каждой вершины квадратиков 1×1 выходило чётное число отрезков? Стороны клеток тоже считаются отрезками.
9. Из клетчатого квадрата 55×55 вырезали 400 трёхклеточных уголков и 500 отдельных клеток по линиям сетки. Докажите, что какие-то две вырезанные фигуры имеют общий отрезок границы.

