



От нуля до единицы 8 июля

1. Известно, что $a, b, c, d \in [0; 1]$. Докажите неравенство:

$$(a + b + c + d + 1)^2 \geq 3(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) + 13abcd$$

2. Пусть $x, y, z \in [0; 1]$. Докажите неравенства:

а) $x + y \leq 1 + xy$;
б) $x + y + z \leq 2 + xyz$.

3. Пусть $x, y, z \in [0; 1]$. Докажите неравенства:

а) $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$

б) $\frac{x}{1+y+z} + \frac{y}{1+x+z} + \frac{z}{1+x+y} \leq 1$

в) $\frac{x}{x^2+y+z} + \frac{y}{y^2+x+z} + \frac{z}{z^2+x+y} \geq 1$

г) $\frac{x^2}{1+x+xyz} + \frac{y^2}{1+y+xyz} + \frac{z^2}{1+z+xyz} \leq 1$

4. Пусть $x, y, z \in [0; 1]$ и наибольшее из них равно t . Докажите неравенство:

$$1 - (1-x)(1-y)(1-z) \geq t$$

5. Известно, что $a, b, c, d \in [0; 1]$ и $abcd = (1-a)(1-b)(1-c)(1-d)$. Докажите неравенство:

$$(a + b + c + d) - (a + c)(b + d) \geq 1$$

6. а) Докажите, что если $x_1, x_2, x_3 \in [0; 1]$, то выполняется неравенство:

$$\frac{x_1}{1+x_3} + \frac{x_2}{1+x_1} + \frac{x_3}{1+x_2} \leq 2$$

- б) Докажите, что если $x_1, x_2, \dots, x_n \in [0; 1]$, то выполняется неравенство:

$$\frac{x_1}{1+x_n} + \frac{x_2}{1+x_1} + \dots + \frac{x_n}{1+x_{n-1}} \leq n - 1$$



От нуля до единицы 8 июля

1. Известно, что $a, b, c, d \in [0; 1]$. Докажите неравенство:

$$(a + b + c + d + 1)^2 \geq 3(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) + 13abcd$$

2. Пусть $x, y, z \in [0; 1]$. Докажите неравенства:

а) $x + y \leq 1 + xy$;
б) $x + y + z \leq 2 + xyz$.

3. Пусть $x, y, z \in [0; 1]$. Докажите неравенства:

а) $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$

б) $\frac{x}{1+y+z} + \frac{y}{1+x+z} + \frac{z}{1+x+y} \leq 1$

в) $\frac{x}{x^2+y+z} + \frac{y}{y^2+x+z} + \frac{z}{z^2+x+y} \geq 1$

г) $\frac{x^2}{1+x+xyz} + \frac{y^2}{1+y+xyz} + \frac{z^2}{1+z+xyz} \leq 1$

4. Пусть $x, y, z \in [0; 1]$ и наибольшее из них равно t . Докажите неравенство:

$$1 - (1-x)(1-y)(1-z) \geq t$$

5. Известно, что $a, b, c, d \in [0; 1]$ и $abcd = (1-a)(1-b)(1-c)(1-d)$. Докажите неравенство:

$$(a + b + c + d) - (a + c)(b + d) \geq 1$$

6. а) Докажите, что если $x_1, x_2, x_3 \in [0; 1]$, то выполняется неравенство:

$$\frac{x_1}{1+x_3} + \frac{x_2}{1+x_1} + \frac{x_3}{1+x_2} \leq 2$$

- б) Докажите, что если $x_1, x_2, \dots, x_n \in [0; 1]$, то выполняется неравенство:

$$\frac{x_1}{1+x_n} + \frac{x_2}{1+x_1} + \dots + \frac{x_n}{1+x_{n-1}} \leq n - 1$$