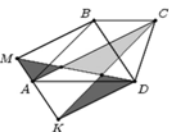




Площади 3 июля

- Даны две параллельные прямые m и n . На прямой m находится отрезок AB , на прямой n – точка C .
а) Докажите, что если точка C движется по прямой n , то площадь S_{ABC} неизменна.
б) Докажите, что если отрезок AB движется по прямой m , то площадь S_{ABC} неизменна.
- Дан параллелограмм $ABCD$. На продолжении AD за точку D отмечена точка E так, что $AD = DE$. Докажите, что $S_{ABC} = S_{CDE}$, пользуясь первой задачей.
- В трапеции $ABCD$ с меньшим основанием BC через точку B проведена прямая, параллельная CD и пересекающая диагональ AC в точке E . Сравните площади треугольников ABC и DEC .
- Через точку D , лежащую на стороне BC треугольника ABC , проведены прямые параллельные двум другим сторонам и пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках E и F . Докажите, что треугольники CDE и BDF равновелики.
- Трапеция $ABCD$ и параллелограмм $MBDK$ расположены так, что стороны параллелограмма параллельны диагоналям трапеции (см. рис.). Докажите, что площадь серой части равна сумме площадей черных частей.
- Точки M и N – середины противоположных сторон BC и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Диагональ AC проходит через середину отрезка MN . Докажите, что площади треугольников ABC и ACD равны.
- Прямая, параллельная диагонали AC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ и проходящая через середину диагонали BD , пересекает сторону CD в точке E . Докажите, что прямая AE делит площадь четырёхугольника $ABCD$ пополам.
- Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .
- Две прямые делят каждую из двух противоположных сторон выпуклого четырёхугольника на три равные части. Докажите, что между этими прямыми заключена треть площади четырёхугольника.
- На стороне AB треугольника ABC взята точка P , отличная от точек A и B , а на сторонах BC и AC – точки Q и R соответственно так, что четырёхугольник $PQCR$ – параллелограмм. Пусть отрезки AQ и PR пересекаются в точке M , а отрезки BR и PQ – в точке N . Докажите, что сумма площадей треугольников AMP и BNP равна площади треугольника CQR .



Площади 3 июля

- Даны две параллельные прямые m и n . На прямой m находится отрезок AB , на прямой n – точка C .
а) Докажите, что если точка C движется по прямой n , то площадь S_{ABC} неизменна.
б) Докажите, что если отрезок AB движется по прямой m , то площадь S_{ABC} неизменна.
- Дан параллелограмм $ABCD$. На продолжении AD за точку D отмечена точка E так, что $AD = DE$. Докажите, что $S_{ABC} = S_{CDE}$, пользуясь первой задачей.
- В трапеции $ABCD$ с меньшим основанием BC через точку B проведена прямая, параллельная CD и пересекающая диагональ AC в точке E . Сравните площади треугольников ABC и DEC .
- Через точку D , лежащую на стороне BC треугольника ABC , проведены прямые параллельные двум другим сторонам и пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках E и F . Докажите, что треугольники CDE и BDF равновелики.
- Трапеция $ABCD$ и параллелограмм $MBDK$ расположены так, что стороны параллелограмма параллельны диагоналям трапеции (см. рис.). Докажите, что площадь серой части равна сумме площадей черных частей.
- Точки M и N – середины противоположных сторон BC и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Диагональ AC проходит через середину отрезка MN . Докажите, что площади треугольников ABC и ACD равны.
- Прямая, параллельная диагонали AC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ и проходящая через середину диагонали BD , пересекает сторону CD в точке E . Докажите, что прямая AE делит площадь четырёхугольника $ABCD$ пополам.
- Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .
- Две прямые делят каждую из двух противоположных сторон выпуклого четырёхугольника на три равные части. Докажите, что между этими прямыми заключена треть площади четырёхугольника.
- На стороне AB треугольника ABC взята точка P , отличная от точек A и B , а на сторонах BC и AC – точки Q и R соответственно так, что четырёхугольник $PQCR$ – параллелограмм. Пусть отрезки AQ и PR пересекаются в точке M , а отрезки BR и PQ – в точке N . Докажите, что сумма площадей треугольников AMP и BNP равна площади треугольника CQR .

