

## Площадь-1

**Определение.** Каждой фигуре  $F$  на плоскости ставится в соответствие число  $S_F$ , называемое *площадью*, такое что выполняются следующие свойства: 1)  $S_F \geq 0$ ; 2) площади равных фигур равны; 3) если фигура  $F$  разбита на фигуры  $A$  и  $B$ , то  $S_F = S_A + S_B$ ; 4) площадь прямоугольника  $a \times b$  равна  $ab$ .

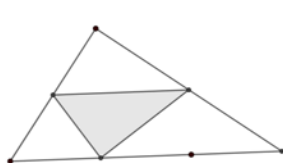
**Теорема.** а) *Площадь треугольника* равна половине произведения произвольной стороны на опущенную на нее высоту;

б) *Площадь параллелограмма* равна произведению произвольной стороны на опущенную на нее высоту;

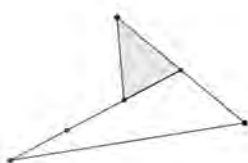
с) *Площадь трапеции* равна произведению полусуммы оснований на высоту.

**Лемма.** Пусть  $M$  – середина стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ . Тогда площади треугольников  $ABM$  и  $ACM$  равны и составляют половину от площади всего треугольника.

1. а) Пусть  $M$  и  $N$  – середины сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Какую часть от площади всего треугольника составляет площадь треугольника  $MBN$ ?
- б) Пусть точки  $K$  и  $L$  лежат на сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , причем  $BK : BA = k$  и  $BL : BC = l$ . Какую часть от площади всего треугольника составляет площадь треугольника  $KBL$ ?
2. Какую часть площади серых треугольников составляют от площадей больших белых треугольников?



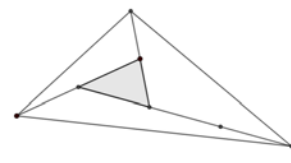
а)



б)



с)



д)

3. Обозначим за  $M$  и  $N$  середины сторон  $AB$  и  $BC$  квадрата  $ABCD$ . Отрезок  $AN$  пересекает отрезок  $DM$  в точке  $X$ . Сравните площади треугольника  $DHN$  и четырехугольника  $XMVN$ .
4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  равны. На стороне  $AD$  выбрана точка  $K$ , из которой опускают перпендикуляры на три оставшиеся стороны. Докажите, что сумма длин этих перпендикуляров не зависит от выбора точки  $K$ .
5. Диагонали выпуклого четырехугольника делят его на четыре треугольника, причем суммы площадей пар противоположных треугольников равны. Докажите, что точка пересечений диагоналей делит хотя бы одну из них пополам.
6. На сторонах  $AB$  и  $CD$  четырехугольника  $ABCD$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  соответственно. Отрезки  $CP$ ,  $DP$ ,  $AQ$  и  $BQ$  разбивают его на семь многоугольников. Какое наибольшее количество частей может оказаться одной площади?