



## Сырная нарезка 10 июля

1. а) Имеются несколько кусков сыра разного веса. Докажите, что их можно разложить в два пакета так, чтобы веса пакетов различались не более чем на вес самого тяжёлого куска.  
б) Имеются несколько кусков сыра разного веса. Докажите, что можно не более одного из этих кусков разрезать на две части и разложить сыр в два пакета так, что веса пакетов будут одинаковы.
2. Дан многоугольник. Верно ли, что его стороны всегда можно покрасить в два цвета так, чтобы суммарные длины одноцветных сторон отличались не более чем на:  
а) длину наибольшей стороны?  
б) длину наименьшей стороны?
3. Имеются несколько кусков сыра разного веса, причём веса любых двух кусков различаются менее чем в 2 раза. Докажите, что их можно разложить в два пакета так, чтобы веса пакетов различались не более чем на вес самого лёгкого куска.
4. Все стороны выпуклого многоугольника имеют длину не более 1. Докажите, что все его стороны и все диагонали можно покрасить в два цвета так, чтобы суммарные длины отрезков каждого цвета отличались не более чем на 1.
5. а) По кругу сидят 100 дедов, причем количество волос в бороде любых двух дедов, сидящих рядом, отличается не более, чем на 100. Докажите, что найдутся двое сидящих друг напротив друга дедов, у которых количество волос в бороде так же отличается не более, чем на 100.  
б) Окружность разбита на несколько красных и синих дуг. Докажите, что можно отметить на окружности две точки А и В так, чтобы на каждой из дуг АВ общая длина красных дуг и общая длина синих дуг была одинакова.  
в) Имеются несколько кусков сыра разного веса и разной цены за кг. Докажите, что можно, разрезав не более двух кусков, разложить куски на 2 кучки одновременно равные и по весу, и по цене.
6. На столе стоит несколько гирь суммарного веса  $S$ . Назовём гирию раздвоителем, если после удаления её все остальные можно разбить на две группы, суммарный вес каждой из которых не больше  $S/2$ . Докажите, что вес самого большого раздвоителя больше суммы весов всех нераздвоителей.
7. Прямую палку длиной 2 метра распилили на  $N$  палочек, длина каждой из которых выражается целым числом сантиметров. При каком наименьшем  $N$  можно гарантировать, что, использовав все получившиеся палочки, можно, не ломая их, сложить контур некоторого прямоугольника?
8. Двое по очереди отмечают точки на окружности: первый – красным цветом, второй – синим. Когда отмечено по а) 2 точек; б)  $n$  точек каждого цвета, игра заканчивается. Затем каждый игрок находит на окружности дугу наибольшей длины с концами своего цвета, на которой больше нет отмеченных точек. У кого длина дуги больше – тот выиграл (в случае равенства длин дуг либо при отсутствии таких дуг у обоих игроков – ничья). Кто из играющих может всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?



## Сырная нарезка 10 июля

1. а) Имеются несколько кусков сыра разного веса. Докажите, что их можно разложить в два пакета так, чтобы веса пакетов различались не более чем на вес самого тяжёлого куска.  
б) Имеются несколько кусков сыра разного веса. Докажите, что можно не более одного из этих кусков разрезать на две части и разложить сыр в два пакета так, что веса пакетов будут одинаковы.
2. Дан многоугольник. Верно ли, что его стороны всегда можно покрасить в два цвета так, чтобы суммарные длины одноцветных сторон отличались не более чем на:  
а) длину наибольшей стороны?  
б) длину наименьшей стороны?
3. Имеются несколько кусков сыра разного веса, причём веса любых двух кусков различаются менее чем в 2 раза. Докажите, что их можно разложить в два пакета так, чтобы веса пакетов различались не более чем на вес самого лёгкого куска.
4. Все стороны выпуклого многоугольника имеют длину не более 1. Докажите, что все его стороны и все диагонали можно покрасить в два цвета так, чтобы суммарные длины отрезков каждого цвета отличались не более чем на 1.
5. а) По кругу сидят 100 дедов, причем количество волос в бороде любых двух дедов, сидящих рядом, отличается не более, чем на 100. Докажите, что найдутся двое сидящих друг напротив друга дедов, у которых количество волос в бороде так же отличается не более, чем на 100.  
б) Окружность разбита на несколько красных и синих дуг. Докажите, что можно отметить на окружности две точки А и В так, чтобы на каждой из дуг АВ общая длина красных дуг и общая длина синих дуг была одинакова.  
в) Имеются несколько кусков сыра разного веса и разной цены за кг. Докажите, что можно, разрезав не более двух кусков, разложить куски на 2 кучки одновременно равные и по весу, и по цене.
6. На столе стоит несколько гирь суммарного веса  $S$ . Назовём гирию раздвоителем, если после удаления её все остальные можно разбить на две группы, суммарный вес каждой из которых не больше  $S/2$ . Докажите, что вес самого большого раздвоителя больше суммы весов всех нераздвоителей.
7. Прямую палку длиной 2 метра распилили на  $N$  палочек, длина каждой из которых выражается целым числом сантиметров. При каком наименьшем  $N$  можно гарантировать, что, использовав все получившиеся палочки, можно, не ломая их, сложить контур некоторого прямоугольника?
8. Двое по очереди отмечают точки на окружности: первый – красным цветом, второй – синим. Когда отмечено по а) 2 точек; б)  $n$  точек каждого цвета, игра заканчивается. Затем каждый игрок находит на окружности дугу наибольшей длины с концами своего цвета, на которой больше нет отмеченных точек. У кого длина дуги больше – тот выиграл (в случае равенства длин дуг либо при отсутствии таких дуг у обоих игроков – ничья). Кто из играющих может всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?