

Неравенства

1. Положительные числа a и b таковы, что $a - b = a/b$. Что больше: $a + b$ или ab ?
2. Докажите, что если числа x и y удовлетворяют неравенству $y^3x + 1 < x + y^3$, то $x^3y + 1 < y + x^3$.
3. Действительные числа a, b, c, d таковы, что $a + b = cd$ и $c + d = ab$. Докажите неравенство $(a + 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1) \geq 0$.
4. Для чисел $0 < x < 2$ и $0 < y < 2$ докажите неравенство $\frac{x - y}{x + y - xy} < 1$.
5. Положительные числа a, b, x, y таковы, что $ab \geq ax + by$. Докажите, что $x + y$ не превосходит наибольшего из чисел a и b .
6. Докажите комбинаторно, что если $x, y, z > 0$ и $\frac{x}{y} < 1$, то $\frac{x}{y} < \frac{x + z}{y + z}$.