

Площадь-1

Определение. Каждой фигуре F на плоскости ставится в соответствие число S_F , называемое *площадью*, такое что выполняются следующие свойства: 1) $S_F \geq 0$; 2) площади равных фигур равны; 3) если фигура F разбита на фигуры A и B , то $S_F = S_A + S_B$; 4) площадь прямоугольника $a \times b$ равна ab .

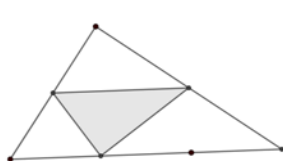
Теорема. а) *Площадь треугольника* равна половине произведения произвольной стороны на опущенную на нее высоту;

б) *Площадь параллелограмма* равна произведению произвольной стороны на опущенную на нее высоту;

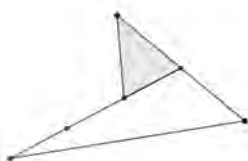
с) *Площадь трапеции* равна произведению полусуммы оснований на высоту.

Лемма. Пусть M – середина стороны BC треугольника ABC . Тогда площади треугольников ABM и ACM равны и составляют половину от площади всего треугольника.

1. а) Пусть M и N – середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Какую часть от площади всего треугольника составляет площадь треугольника MBN ?
- б) Пусть точки K и L лежат на сторонах AB и BC треугольника ABC , причем $BK : BA = k$ и $BL : BC = l$. Какую часть от площади всего треугольника составляет площадь треугольника KBL ?
2. Какую часть площади серых треугольников составляют от площадей больших белых треугольников?



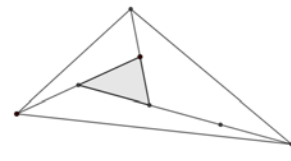
а)



б)



с)



д)

3. Обозначим за M и N середины сторон AB и BC квадрата $ABCD$. Отрезок AN пересекает отрезок DM в точке X . Сравните площади треугольника DHN и четырехугольника $XMVN$.
4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ стороны AB , BC и CD равны. На стороне AD выбрана точка K , из которой опускают перпендикуляры на три оставшиеся стороны. Докажите, что сумма длин этих перпендикуляров не зависит от выбора точки K .
5. Диагонали выпуклого четырехугольника делят его на четыре треугольника, причем суммы площадей пар противоположных треугольников равны. Докажите, что точка пересечений диагоналей делит хотя бы одну из них пополам.
6. На сторонах AB и CD четырехугольника $ABCD$ выбраны точки P и Q соответственно. Отрезки CP , DP , AQ и BQ разбивают его на семь многоугольников. Какое наибольшее количество частей может оказаться одной площади?