

Деревья

Деревом называется связный граф, не имеющий циклов. Граф (не обязательно связный), не имеющий циклов, называется **лесом**. Каждая компонента связности леса является деревом.

Вершина графа называется **висячей**, если ее степень равна 1.

Упр. В М7 учатся дружелюбные и необщительные лмшата, но абсолютно все любят играть в волейбол. Катя позвала трех лмшат играть в волейбол. Потом лмшата звали своих друзей. Известно, что каждый дружелюбный лмшонок, которого позвали, приводит с собой еще трех новых лмшат. Необщительные лмшата не приводят никого. Сколько всего лмшат в М7 в итоге играют в волейбол, если известно, что дружелюбных лмшат 20? Катю тоже считаем за лмшонка, но она не дружелюбная.

Упр. Из спичек сложили квадрат, разбитый линиями из спичек на 64 квадратных поля со стороной в одну спичку. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы с любого поля на любое другое можно было пройти, не перепрыгивая через спички?

1. (а) На площадке у 11 корпуса имеется волейбольная сетка 200×25 . Каждый час на ней рвется одна веревочка (сторона маленького квадрата). Какое максимальное количество часов М7 могут поиграть в волейбол, пока сетка не развалилась на отдельные куски? (б) Решите эту задачу, узнав реальный размер сетки:)
2. В м7 граф друзей является деревом. Докажите, что все дети могут намазать друг другу лица клубничной или мятной пастой так, чтобы у всех пар друзей паста на лице была разного вкуса. (Экспериментально задачу решать запрещено!!)
3. Докажите, что любое дерево можно нарисовать на плоскости так, чтобы его ребра не пересекались.
4. Докажите, что в любом связном графе существует вершина, при удалении которой граф не перестает быть связным.
5. В стране 100 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Известно, что от любого города можно долететь до любого другого (возможно, с пересадками). Докажите, что можно побывать в каждом городе, совершив не более (э) 198 перелетов; (ю) 196 перелетов. (я) Всегда ли хватит 195 перелетов?
6. В связном графе n вершин и $2n - 1$ ребер. Докажите, что из этого графа можно выкинуть все ребра некоторого цикла так, чтобы он остался связным.