

Биссектрисы и серединные перпендикуляры

1. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол $B < 60^\circ$, AK – биссектриса ($K \in BC$), $CD \perp AK$ ($D \in AB$), биссектриса $\angle KDB$ пересекает прямую AK в точке P . Докажите, что $BP \parallel AC$.
2. В четырехугольнике $ABCD$: AC – биссектриса угла A , $\angle ABD = 70^\circ$, $\angle ADB = 80^\circ$, $\angle CBD = 55^\circ$. Найдите $\angle C$.
3. В выпуклом шестиугольнике $ABCDEF$: $AB = BC$, $CD = DE$ и $EF = FA$. Докажите, что биссектрисы углов B , D и F пересекаются в одной точке.
4. В шестиугольнике $ABCDEF$ все углы тупые, $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$ и $\angle E = \angle F$. Докажите, что серединные перпендикуляры к сторонам AB , CD и EF пересекаются в одной точке.
5. Дан квадрат $ABCD$. На продолжении стороны DC за точку C взята точка E так, что $\angle EAD = 55^\circ$. На продолжении стороны CB за точку B взята точка F так, что $\angle EFC = 20^\circ$. Найдите $\angle AFB$.
6. В треугольнике ABC выбраны точки K и L на стороне AB так, что $\angle ACK = \angle KCL = \angle LCB$. Точка M на стороне BC такова, что $\angle MKC = \angle BKM$. Оказалось, что ML – биссектриса угла $\angle KMB$. Чему может быть равен угол $\angle MLC$?
7. Точка O лежит на диагонали AC выпуклого четырехугольника $ABCD$. Известно, что $OC = OD$, $\angle AOB = 100^\circ$, $\angle COD = 70^\circ$, и точка O одинаково удалена от прямых DA , AB и BC . Найдите углы четырехугольника.
8. В четырехугольнике $ABCD$: O – точка пересечения диагоналей, $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle CBD = 75^\circ$, $\angle ADB = 50^\circ$, $\angle CDB = 65^\circ$. Точка K лежит на продолжении прямой AB за точку A , причем $\angle ADK = 80^\circ$. Докажите, что $KO \perp AD$.