



Кандидатский разбой – 2

4 июля

1. Пусть $a > b$ – натуральные числа. Докажите, что найдётся $k \geq 0$ такое, что число

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{a+1}{b+1} \cdot \frac{a+2}{b+2} \cdot \dots \cdot \frac{a+k}{b+k}$$

является целым.

2. Маше на день рождения подарили торт треугольной формы. Она отрезала от него два равных (т.е. являющихся равными фигурами) куски при помощи двух параллельных прямолинейных разрезов, один из которых проходил через вершину. Докажите, что торт имел форму прямоугольного треугольника.
3. Аня составила многозначное число x из цифр 6, 7, 8, 9, 0, используя каждую из них хотя бы по одному разу. Боря составил многозначное число y из цифр 1, 2, 3, 4, 5, используя каждую из них хотя бы одному разу. Могло ли так оказаться, что $y = 3x$?
4. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно. Известно, что $BE = 8$, $AE = 15$, AF – биссектриса угла DAE . Найдите длину отрезка DF .
5. Вася расставил во всех клетках доски 99×99 числа от 1 до 99^2 по одному разу. Петя выбирает клетку доски, ставит на нее шахматного короля и хочет сделать как можно больше ходов королем так, чтобы число под ним постоянно увеличивалось. Какое наибольшее число ходов Петя заведомо сможет сделать, как бы Вася ни расставлял числа?
6. Последовательность $\{a_n\}$ задана правилами:

$$a_1 = 20; \quad a_2 = 24; \quad a_{n+2} = a_n - \frac{1}{a_{n+1}}$$

Эта последовательность заканчивается нулём. Найдите номер этого члена последовательности.



Кандидатский разбой – 2

4 июля

1. Пусть $a > b$ – натуральные числа. Докажите, что найдётся $k \geq 0$ такое, что число

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{a+1}{b+1} \cdot \frac{a+2}{b+2} \cdot \dots \cdot \frac{a+k}{b+k}$$

является целым.

2. Маше на день рождения подарили торт треугольной формы. Она отрезала от него два равных (т.е. являющихся равными фигурами) куски при помощи двух параллельных прямолинейных разрезов, один из которых проходил через вершину. Докажите, что торт имел форму прямоугольного треугольника.
3. Аня составила многозначное число x из цифр 6, 7, 8, 9, 0, используя каждую из них хотя бы по одному разу. Боря составил многозначное число y из цифр 1, 2, 3, 4, 5, используя каждую из них хотя бы одному разу. Могло ли так оказаться, что $y = 3x$?
4. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки E и F соответственно. Известно, что $BE = 8$, $AE = 15$, AF – биссектриса угла DAE . Найдите длину отрезка DF .
5. Вася расставил во всех клетках доски 99×99 числа от 1 до 99^2 по одному разу. Петя выбирает клетку доски, ставит на нее шахматного короля и хочет сделать как можно больше ходов королем так, чтобы число под ним постоянно увеличивалось. Какое наибольшее число ходов Петя заведомо сможет сделать, как бы Вася ни расставлял числа?
6. Последовательность $\{a_n\}$ задана правилами:

$$a_1 = 20; \quad a_2 = 24; \quad a_{n+2} = a_n - \frac{1}{a_{n+1}}$$

Эта последовательность заканчивается нулём. Найдите номер этого члена последовательности.