

## Теорема Фалеса

**Теорема Фалеса.** Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой стороне угла.

**Теорема о пропорциональных отрезках.** Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от его сторон пропорциональные отрезки.

1. В параллелограмме  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  делят пополам стороны  $AD$  и  $BC$  соответственно. Докажите, что отрезки  $AN$  и  $CM$  делят диагональ  $BD$  параллелограмма на три равные части.
2. Точка  $M$  – середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точки  $T$  и  $K$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  таковы, что  $MT$  и  $MK$  – биссектрисы углов  $\angle AMB$  и  $\angle BMC$  соответственно. Докажите, что  $TK \parallel AC$ .
3. Прямая  $l$  пересекает стороны  $AB$ ,  $AD$  и диагональ  $AC$  параллелограмма  $ABCD$  в точках  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  соответственно. Докажите, что  $\frac{AB}{AX} + \frac{AD}{AY} = \frac{AC}{AZ}$ .
4. Точки  $K$  и  $N$  расположены соответственно на сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$ , причем  $AK = BK$  и  $AN = 2 \cdot NC$ . В каком отношении отрезок  $KN$  делит медиану  $AM$  треугольника  $ABC$ ?
5. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AD = DC$ . Прямая  $BD$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ . Оказалось, что углы  $\angle AED$  и  $\angle ACB$  в сумме дают  $180^\circ$ . Докажите, что  $\frac{AE}{EC} = \frac{BD}{BE}$ .
6. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  отмечено основание высоты  $BH$ ; точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  – середины сторон  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямые  $A_1C_1$  и  $BB_1$  пересекаются в точке  $M$ , а прямые  $B_1C_1$  и  $A_1H$  – в точке  $N$ . Докажите, что прямые  $MN$  и  $BH$  параллельны.
7. **Теорема о биссектрисе.** В треугольнике  $ABC$  проведена (а) биссектриса  $AD$  внутреннего угла  $BAC$ ; (б) биссектриса  $AD$  внешнего угла  $BAC$ . Докажите, используя теорему Фалеса, что  $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ .