

# Комбигеометрия

18 июля

1. На плоскости отмечено  $n$  точек. Известно, что любые 4 из них лежат в вершинах выпуклого четырехугольника. Докажите, что все точки лежат в вершинах выпуклого  $n$ -угольника.
2. На плоскости отмечено  $n$  точек так, что площадь любого треугольника с вершинами в отмеченных точках не превышает 1. Докажите, что все точки можно поместить в треугольник площади не больше 4.
3. На плоскости отмечено  $n$  точек, не лежащих на одной прямой. Докажите, что существует замкнутая ломаная без самопересечений с вершинами в этих точках.
4. 68 детей параллели М8 устроили гидробой. Они встали на площадке так, что все попарные расстояния между ними различны. Затем каждый облил из ведра ближайшего к нему человека. Докажите, что никто не оказался облит больше 5 раз.
5. Докажите, что для любого множества из хотя бы двух точек на плоскости, не лежащих на одной прямой, найдется прямая, содержащая ровно 2 точки.
6. На плоскости проведено 300 прямых общего положения. Докажите, что среди областей, на которые они разбивают плоскость, найдется хотя бы 100 треугольников.
7. Дан выпуклый многоугольник площади 1.
  - (а) Докажите, что его можно поместить в прямоугольник площади не больше 2;
  - (б) Докажите, что в него можно поместить прямоугольник площади хотя бы  $\frac{1}{8}$ .
8. На плоскости дано  $N$  точек, среди попарных расстояний между которыми не более, чем  $n$  различных. Докажите, что  $N \leq n^2 + 2$ .

# Комбигеометрия

18 июля

1. На плоскости отмечено  $n$  точек. Известно, что любые 4 из них лежат в вершинах выпуклого четырехугольника. Докажите, что все точки лежат в вершинах выпуклого  $n$ -угольника.
2. На плоскости отмечено  $n$  точек так, что площадь любого треугольника с вершинами в отмеченных точках не превышает 1. Докажите, что все точки можно поместить в треугольник площади не больше 4.
3. На плоскости отмечено  $n$  точек, не лежащих на одной прямой. Докажите, что существует замкнутая ломаная без самопересечений с вершинами в этих точках.
4. 68 детей параллели М8 устроили гидробой. Они встали на площадке так, что все попарные расстояния между ними различны. Затем каждый облил из ведра ближайшего к нему человека. Докажите, что никто не оказался облит больше 5 раз.
5. Докажите, что для любого множества из хотя бы двух точек на плоскости, не лежащих на одной прямой, найдется прямая, содержащая ровно 2 точки.
6. На плоскости проведено 300 прямых общего положения. Докажите, что среди областей, на которые они разбивают плоскость, найдется хотя бы 100 треугольников.
7. Дан выпуклый многоугольник площади 1.
  - (а) Докажите, что его можно поместить в прямоугольник площади не больше 2;
  - (б) Докажите, что в него можно поместить прямоугольник площади хотя бы  $\frac{1}{8}$ .
8. На плоскости дано  $N$  точек, среди попарных расстояний между которыми не более, чем  $n$  различных. Докажите, что  $N \leq n^2 + 2$ .