

Усреднение

14 июля

- I.** По кругу стоят десять чисел, сумма которых равна единице. Докажите, что среди них найдутся четыре подряд идущих числа, сумма которых положительна.
- II.** По краю круглого стола равномерно расставлены таблички с фамилиями дипломатов, участвующих в переговорах. После начала переговоров оказалось, что ни один из дипломатов не сидит около своей таблички. Можно ли повернуть стол так, чтобы по крайней мере два дипломата сидели около своих табличек?
- 1.** По краю круглого стола равномерно расставлены 10 табличек «математик» и 10 табличек «биолог». 10 математиков и 10 биологов в случайном порядке сели за стол. Если у кого-то табличка не соответствует специальности, то он обижается. К какому наименьшему числу обиженных можно гарантированно свести любую расстановку при помощи поворота стола?
- 2.** В группе профи учится 24 ребенка. Посмотрим на все $24!$ способов раздать детям бейджики.
- (а)** В какой доле всех случаев Лукьян получит свой бейджик?
- (б)** Для каждого способа посчитаем количество детей, получивших свой бейджик. Чему равно среднее арифметическое этих чисел?
- 3.** После того, как все дети наконец получили свои бейджики, они встали в круг лицом к центру. Затем каждый из них дал леща то ли левому, то ли правому соседу. Для каждого способа раздачи лещей посчитаем количество детей, оставшихся без леща. Чему равно среднее арифметическое этих чисел?
- 4.** В группе 10 мальчиков и 10 девочек. Посмотрим на все возможные C_{20}^{10} способов поставить их в ряд. Для каждого способа подсчитаем количество пар стоящих рядом мальчиков. Чему равняется среднее арифметическое этих чисел?
- 5.** В ботаническом справочнике каждое растение характеризуется 100 признаками (каждый признак либо присутствует, либо отсутствует). Два растения считаются непохожими, если они различаются не менее, чем по 51 признаку. Докажите, что в справочнике не может находиться более 50 попарно непохожих растений.
- 6.** В лагере 2024 ребенка, некоторые из которых дружат, а некоторые – нет. Докажите, что можно выбрать пару детей так, что среди оставшихся найдется хотя бы 1011 детей, каждый из которых или дружит с обоими wybranными детьми, или с обоими не дружит.

Усреднение

14 июля

- I.** По кругу стоят десять чисел, сумма которых равна единице. Докажите, что среди них найдутся четыре подряд идущих числа, сумма которых положительна.
- II.** По краю круглого стола равномерно расставлены таблички с фамилиями дипломатов, участвующих в переговорах. После начала переговоров оказалось, что ни один из дипломатов не сидит около своей таблички. Можно ли повернуть стол так, чтобы по крайней мере два дипломата сидели около своих табличек?
- 1.** По краю круглого стола равномерно расставлены 10 табличек «математик» и 10 табличек «биолог». 10 математиков и 10 биологов в случайном порядке сели за стол. Если у кого-то табличка не соответствует специальности, то он обижается. К какому наименьшему числу обиженных можно гарантированно свести любую расстановку при помощи поворота стола?
- 2.** В группе профи учится 24 ребенка. Посмотрим на все $24!$ способов раздать детям бейджики.
- (а)** В какой доле всех случаев Лукьян получит свой бейджик?
- (б)** Для каждого способа посчитаем количество детей, получивших свой бейджик. Чему равно среднее арифметическое этих чисел?
- 3.** После того, как все дети наконец получили свои бейджики, они встали в круг лицом к центру. Затем каждый из них дал леща то ли левому, то ли правому соседу. Для каждого способа раздачи лещей посчитаем количество детей, оставшихся без леща. Чему равно среднее арифметическое этих чисел?
- 4.** В группе 10 мальчиков и 10 девочек. Посмотрим на все возможные C_{20}^{10} способов поставить их в ряд. Для каждого способа подсчитаем количество пар стоящих рядом мальчиков. Чему равняется среднее арифметическое этих чисел?
- 5.** В ботаническом справочнике каждое растение характеризуется 100 признаками (каждый признак либо присутствует, либо отсутствует). Два растения считаются непохожими, если они различаются не менее, чем по 51 признаку. Докажите, что в справочнике не может находиться более 50 попарно непохожих растений.
- 6.** В лагере 2024 ребенка, некоторые из которых дружат, а некоторые – нет. Докажите, что можно выбрать пару детей так, что среди оставшихся найдется хотя бы 1011 детей, каждый из которых или дружит с обоими выбранными детьми, или с обоими не дружит.