

# Многочлены

3 июля

I. Используя теорему Виета, угадайте корни квадратных уравнений:

(а)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;

(б)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ;

(в)  $x^2 - (2a + 4)x + a^2 + 4a = 0$ .

II. Не вычисляя корней уравнения  $3x^2 + 4x - 1 = 0$ , найти  $x_1^2 + x_2^2$ ,  $x_2^3x_1 + x_1^3x_2$ ,  $x_2^3 + x_1^3$ .

III. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения  $2x^2 - 7x - 3 = 0$ . Составьте квадратное уравнение, корнями которого будут являться числа:

(а)  $x_1 - 1$  и  $x_2 - 1$ ;

(б)  $\frac{1}{x_1}$  и  $\frac{1}{x_2}$ ;

(в)  $x_1x_2^2$  и  $x_2x_1^2$ ;

(г)  $\frac{x_1}{x_2} + 1$  и  $\frac{x_2}{x_1} + 1$ .

1. Выразите дискриминант квадратного трехчлена через его корни.

2. Известно, что корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  — целые числа, а  $p$  и  $q$  — простые числа. Найдите  $p$  и  $q$ .

3. Пусть изображён график функции  $y = x^2 + ax + b$ . Точки  $A$  и  $C$  — точки пересечения графика с осью  $OX$ , причем  $A$  левее  $C$ ,  $B$  — точка пересечения графика с осью  $OY$ . Известно, что прямая  $AB$  перпендикулярна прямой  $y = x$ . Найдите длину отрезка  $OC$ , где  $O$  — начало координат.

4. Квадратный трёхчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает в точках  $\frac{1}{a}$  и  $c$  значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена  $f(x)$  имеют разные знаки.

5. Дан график функции  $y = ax^2$ . Прямая пересекает её в точках с абсциссами  $x_1$  и  $x_2$ , а саму ось абсцисс в точке с координатой  $x_3$ . Докажите, что  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$ .

6. Сто последовательных чётных чисел взяли в качестве коэффициентов  $a_k$  и  $b_k$  в 50 квадратных уравнениях вида  $x^2 + a_kx + b_k = 0$ . Могут ли все эти уравнения иметь целые корни?

7. Про действительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  известно, что  $c(a + b + c) < 0$ . Докажите, что  $b^2 - 4ac > 0$ .

# Многочлены

3 июля

I. Используя теорему Виета, угадайте корни квадратных уравнений:

(а)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;

(б)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ;

(в)  $x^2 - (2a + 4)x + a^2 + 4a = 0$ .

II. Не вычисляя корней уравнения  $3x^2 + 4x - 1 = 0$ , найти  $x_1^2 + x_2^2$ ,  $x_2^3x_1 + x_1^3x_2$ ,  $x_2^3 + x_1^3$ .

III. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения  $2x^2 - 7x - 3 = 0$ . Составьте квадратное уравнение, корнями которого будут являться числа:

(а)  $x_1 - 1$  и  $x_2 - 1$ ;

(б)  $\frac{1}{x_1}$  и  $\frac{1}{x_2}$ ;

(в)  $x_1x_2^2$  и  $x_2x_1^2$ ;

(г)  $\frac{x_1}{x_2} + 1$  и  $\frac{x_2}{x_1} + 1$ .

1. Выразите дискриминант квадратного трехчлена через его корни.

2. Известно, что корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  — целые числа, а  $p$  и  $q$  — простые числа. Найдите  $p$  и  $q$ .

3. Пусть изображён график функции  $y = x^2 + ax + b$ . Точки  $A$  и  $C$  — точки пересечения графика с осью  $OX$ , причем  $A$  левее  $C$ ,  $B$  — точка пересечения графика с осью  $OY$ . Известно, что прямая  $AB$  перпендикулярна прямой  $y = x$ . Найдите длину отрезка  $OC$ , где  $O$  — начало координат.

4. Квадратный трёхчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает в точках  $\frac{1}{a}$  и  $c$  значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена  $f(x)$  имеют разные знаки.

5. Дан график функции  $y = ax^2$ . Прямая пересекает её в точках с абсциссами  $x_1$  и  $x_2$ , а саму ось абсцисс в точке с координатой  $x_3$ . Докажите, что  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$ .

6. Сто последовательных чётных чисел взяли в качестве коэффициентов  $a_k$  и  $b_k$  в 50 квадратных уравнениях вида  $x^2 + a_kx + b_k = 0$ . Могут ли все эти уравнения иметь целые корни?

7. Про действительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  известно, что  $c(a + b + c) < 0$ . Докажите, что  $b^2 - 4ac > 0$ .