

Квадратный трёхчлен

8 июля

Примеры

1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет ровно два различных корня

$$\frac{x^2 - a(a-1)x - a^3}{\sqrt{3+2x-x^2}} = 0.$$

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет ровно два различных корня.

$$a^2 - 4x^2 + 8|x| - 4 = 0.$$

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет ровно четыре различных корня.

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0.$$

4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет четыре различных корня.

$$|x^2 + a^2 - 6x - 4a| = 2x + 2a.$$

5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет хотя бы два различных решения

$$|a-4| \cdot x^4 - 2ax^2 + |a-30| = 0.$$

Задачи для самостоятельного решения.

1. Найти все действительные значения a , при которых трёхчлен

$$(a^2 - 1)x^2 - 2(a - 1)x + 1$$

положителен при всех действительных x .

2. Найти все значения a , при которых корни уравнения будут оба положительными

$$(2 + a)x^2 - 2ax + 3a = 0.$$

3. Найти все те значения параметра c , при которых оба корня квадратного уравнения меньше, чем -1

$$x^2 + 4cx + (1 - 2c + 4c^2) = 0.$$

4. При каких значениях a один из корней уравнения больше 1, а другой меньше 1

$$(a^2 + a + 1)x^2 + (2a - 3)x + a - 5 = 0?$$

5. При каких значениях a что корни уравнения различны и оба заключены между -1 и $+1$

$$x^2 + 2x + a = 0$$

6. Установить, при каких значениях m сумма квадратов корней уравнения будет наименьшей

$$x^2 - mx + m - 1 = 0.$$

7. Определить все значения a , при которых уравнения и имеют хотя бы один общий корень

$$x^2 + ax = 1 = 0 \quad x^2 + x + a = 0$$

8. Найти все значения a , при которых из неравенства $ax^2 - x + 1 - a < 0$ следует неравенство $0 < x < 1$.

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет ровно два различных корня.

$$a^2 - 9x^2 + 18|x| - 9 = 0.$$

10. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет четыре различных корня.

$$|x^2 + a^2 - 7x - 5a| = x + a.$$

11. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет хотя бы два различных решения

$$|a - 2| \cdot x^4 - 2ax^2 + |a - 12| = 0.$$

12. Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 .

13. Приведённый квадратный трёхчлен с целыми коэффициентами в трёх последовательных целых точках принимает простые значения. Докажите, что он принимает простое значение по крайней мере ещё в одной целой точке.

14. Найдите все такие функции $f(x)$, что $f(2x + 1) = 4x^2 + 14x + 7$.

15. Про квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 - ax + 1$ известно, что $\|f(x)\| \leq 1$ при $0 \leq x \leq 1$. Найдите наибольшее возможное значение a .

Квадратный трёхчлен

8 июля

Примеры

1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет ровно два различных корня

$$\frac{x^2 - a(a-1)x - a^3}{\sqrt{3+2x-x^2}} = 0.$$

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет ровно два различных корня.

$$a^2 - 4x^2 + 8|x| - 4 = 0.$$

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет ровно четыре различных корня.

$$a^2 - ax - 2x^2 - 6a + 3x + 9|x| = 0.$$

4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет четыре различных корня.

$$|x^2 + a^2 - 6x - 4a| = 2x + 2a.$$

5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет хотя бы два различных решения

$$|a-4| \cdot x^4 - 2ax^2 + |a-30| = 0.$$

Задачи для самостоятельного решения.

1. Найти все действительные значения a , при которых трёхчлен

$$(a^2 - 1)x^2 - 2(a - 1)x + 1$$

положителен при всех действительных x .

2. Найти все значения a , при которых корни уравнения будут оба положительными

$$(2 + a)x^2 - 2ax + 3a = 0.$$

3. Найти все те значения параметра c , при которых оба корня квадратного уравнения меньше, чем -1

$$x^2 + 4cx + (1 - 2c + 4c^2) = 0.$$

4. При каких значениях a один из корней уравнения больше 1, а другой меньше 1

$$(a^2 + a + 1)x^2 + (2a - 3)x + a - 5 = 0?$$

5. При каких значениях a что корни уравнения различны и оба заключены между -1 и $+1$

$$x^2 + 2x + a = 0$$

6. Установить, при каких значениях m сумма квадратов корней уравнения будет наименьшей

$$x^2 - mx + m - 1 = 0.$$

7. Определить все значения a , при которых уравнения и имеют хотя бы один общий корень

$$x^2 + ax = 1 = 0 \quad x^2 + x + a = 0$$

8. Найти все значения a , при которых из неравенства $ax^2 - x + 1 - a < 0$ следует неравенство $0 < x < 1$.

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет ровно два различных корня.

$$a^2 - 9x^2 + 18|x| - 9 = 0.$$

10. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение имеет четыре различных корня.

$$|x^2 + a^2 - 7x - 5a| = x + a.$$

11. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение имеет хотя бы два различных решения

$$|a - 2| \cdot x^4 - 2ax^2 + |a - 12| = 0.$$

12. Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 .

13. Приведённый квадратный трёхчлен с целыми коэффициентами в трёх последовательных целых точках принимает простые значения. Докажите, что он принимает простое значение по крайней мере ещё в одной целой точке.

14. Найдите все такие функции $f(x)$, что $f(2x + 1) = 4x^2 + 14x + 7$.

15. Про квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 - ax + 1$ известно, что $\|f(x)\| \leq 1$ при $0 \leq x \leq 1$. Найдите наибольшее возможное значение a .