

Индуктивные конструкции

4 июля

I. Разрежьте квадрат на:

- (а) 4 меньших квадрата (не обязательно одинаковых);
- (б) на 7 квадратов;
- (в) на 6 квадратов;
- (г) на 8 квадратов;
- (д) На любое число квадратов, большее пяти.

II. (а) Придумайте 3 различных натуральных числа таких, чтобы каждое было делителем суммы всех остальных;

(б) 4 числа; (в) 10 чисел.

III. Докажите, что число 1 можно представить в виде в суммы 2024 дробей, числители равны 1, а знаменатели — различные натуральные числа.

1. В мастерской изготавливают квадратные решётки, состоящие из квадратных ячеек со стороной 1. Для этого используют заготовки, состоящие из трёх стержней длиной 1, сваренных под прямым углом в виде буквы П. При изготовлении решётки запрещается накладывать стержни друг на друга; можно лишь сваривать их между собой в точках касания. Изготовьте квадратную решётку размером

а) 2×2 ; б) 3×3 ; в) 5×5 ; г) 9×9 .

2. Если на доске записано число A , к нему можно прибавить любой его собственный делитель (отличный от 1 и самого A) и заменить число на получившуюся сумму. Докажите, что из $A = 4$ можно получить любое составное число.

3. При каких натуральных n числа от 1 до n можно разбить на несколько групп, в каждой из которых одно число, умноженное на 2, равно сумме остальных?

4. Маляр может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку доски 8×8 , после этого он должен перекрасить ее в противоположный цвет. В начале маляр стоит на угловой клетке доски, где все клетки белые. Покажите, как маляру перекрасить только одну произвольную клетку. Докажите, что он может покрасить доску в шахматном порядке.

5. В компании из n человек ($n > 4$) каждый узнал по новости. Созвонившись, двое рассказывают друг другу все известные им новости. Как за $2n - 4$ звонка все смогут узнать все новости?

6. Восемь человек делят пирог. Каждый хочет получить не меньше $\frac{1}{8}$ от всего пирога, однако у каждого может быть своё представление о ценности той или иной части этого пирога. Как им организовать делёж, чтобы каждый был доволен своей долей?

Индуктивные конструкции

4 июля

I. Разрежьте квадрат на:

- (а) 4 меньших квадрата (не обязательно одинаковых);
- (б) на 7 квадратов;
- (в) на 6 квадратов;
- (г) на 8 квадратов;
- (д) На любое число квадратов, большее пяти.

II. (а) Придумайте 3 различных натуральных числа таких, чтобы каждое было делителем суммы всех остальных;

(б) 4 числа; (в) 10 чисел.

III. Докажите, что число 1 можно представить в виде в суммы 2024 дробей, числители равны 1, а знаменатели — различные натуральные числа.

1. В мастерской изготавливают квадратные решётки, состоящие из квадратных ячеек со стороной 1. Для этого используют заготовки, состоящие из трёх стержней длиной 1, сваренных под прямым углом в виде буквы П. При изготовлении решётки запрещается накладывать стержни друг на друга; можно лишь сваривать их между собой в точках касания. Изготовьте квадратную решётку размером

а) 2×2 ; б) 3×3 ; в) 5×5 ; г) 9×9 .

2. Если на доске записано число A , к нему можно прибавить любой его собственный делитель (отличный от 1 и самого A) и заменить число на получившуюся сумму. Докажите, что из $A = 4$ можно получить любое составное число.

3. При каких натуральных n числа от 1 до n можно разбить на несколько групп, в каждой из которых одно число, умноженное на 2, равно сумме остальных?

4. Маляр может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку доски 8×8 , после этого он должен перекрасить ее в противоположный цвет. В начале маляр стоит на угловой клетке доски, где все клетки белые. Покажите, как маляру перекрасить только одну произвольную клетку. Докажите, что он может покрасить доску в шахматном порядке.

5. В компании из n человек ($n > 4$) каждый узнал по новости. Созвонившись, двое рассказывают друг другу все известные им новости. Как за $2n - 4$ звонка все смогут узнать все новости?

6. Восемь человек делят пирог. Каждый хочет получить не меньше $\frac{1}{8}$ от всего пирога, однако у каждого может быть своё представление о ценности той или иной части этого пирога. Как им организовать делёж, чтобы каждый был доволен своей долей?