

Квадраты, квадраты и еще раз квадраты

18 июля

I. Докажите, что прямоугольник, описанный около квадрата, является квадратом.

II. Квадраты $ABCD$ и $EFGH$ расположены так, как показано на рисунке.

(а) Докажите, что отрезки IM и OK равны и перпендикулярны.

(б) Докажите, что площади четырехугольников $JONK$ и $IPML$ равны.

1. Квадраты $ABCD$ и $AEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что (а) $CF \parallel BD$ (б) точки C, D и G лежат на одной прямой.

2. Внутри прямоугольника проведена ломаная, звенья которой равны меньшей стороне прямоугольника, а соседние звенья перпендикулярны. Найдите отношение сторон прямоугольника.

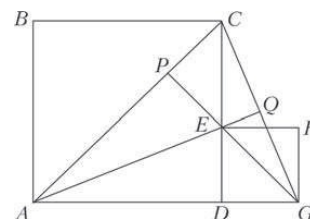
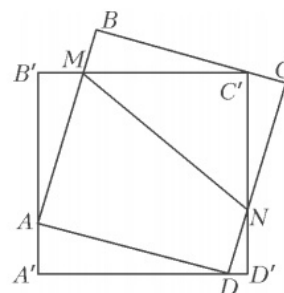
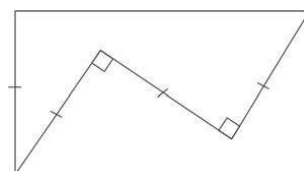
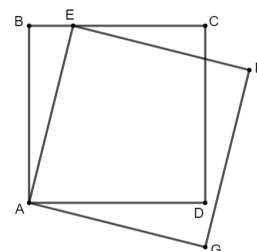
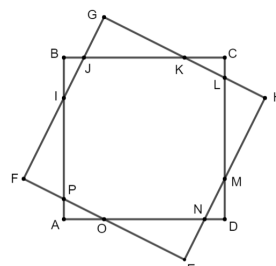
3. Квадраты $ABCD$ и $A'B'C'D'$ расположены так, что вершины A и D первого квадрата лежат на сторонах $A'B'$ и $A'D'$ второго, а вершина C' второго — на стороне BC первого. Докажите, что отрезок MN , соединяющий две общие точки границ квадратов, проходит через центр O квадрата $ABCD$.

4. Квадраты $ABCD$ и $DEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Прямые AC и GE пересекаются в точке P , а прямые AE и CG — в точке Q . Докажите, что точки B, P, Q, F лежат на одной прямой.

5. На сторонах AB, BC, CD и DA квадрата $ABCD$ отмечены точки K, L, M и N так, что $AK = BL = CM = DN$. Отрезки DK и MN пересекаются в точке E , а отрезки KC и LM — в точке F . Докажите, что $EF \parallel AB$.

6. На сторонах AB и AC треугольника ABC во внешнюю сторону построены квадраты $ABDE$ и $ACFG$. Докажите, что прямые BF и CD пересекаются на высоте треугольника ABC .

7. В остроугольном треугольнике ABC H — ортоцентр. На сторонах AC и BC отмечены точки K и L соответственно так, что $AK = BH$ и $BL = AH$, M — середина отрезка KL . Докажите, что угол AMB — прямой.



Квадраты, квадраты и еще раз квадраты

18 июля

I. Докажите, что прямоугольник, описанный около квадрата, является квадратом.

II. Квадраты $ABCD$ и $EFGH$ расположены так, как показано на рисунке.

(а) Докажите, что отрезки IM и OK равны и перпендикулярны.

(б) Докажите, что площади четырехугольников $JONK$ и $IPML$ равны.

1. Квадраты $ABCD$ и $AEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Докажите, что (а) $CF \parallel BD$ (б) точки C, D и G лежат на одной прямой.

2. Внутри прямоугольника проведена ломаная, звенья которой равны меньшей стороне прямоугольника, а соседние звенья перпендикулярны. Найдите отношение сторон прямоугольника.

3. Квадраты $ABCD$ и $A'B'C'D'$ расположены так, что вершины A и D первого квадрата лежат на сторонах $A'B'$ и $A'D'$ второго, а вершина C' второго — на стороне BC первого. Докажите, что отрезок MN , соединяющий две общие точки границ квадратов, проходит через центр O квадрата $ABCD$.

4. Квадраты $ABCD$ и $DEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Прямые AC и GE пересекаются в точке P , а прямые AE и CG — в точке Q . Докажите, что точки B, P, Q, F лежат на одной прямой.

5. На сторонах AB, BC, CD и DA квадрата $ABCD$ отмечены точки K, L, M и N так, что $AK = BL = CM = DN$. Отрезки DK и MN пересекаются в точке E , а отрезки KC и LM — в точке F . Докажите, что $EF \parallel AB$.

6. На сторонах AB и AC треугольника ABC во внешнюю сторону построены квадраты $ABDE$ и $ACFG$. Докажите, что прямые BF и CD пересекаются на высоте треугольника ABC .

7. В остроугольном треугольнике ABC H — ортоцентр. На сторонах AC и BC отмечены точки K и L соответственно так, что $AK = BH$ и $BL = AH$, M — середина отрезка KL . Докажите, что угол AMB — прямой.

