

Поворот

19 июля

I. Докажите, что композиция двух поворотов на углы в сумме не кратные 360° является поворотом. В какой точке находится центр и чему равен угол этого поворота? Рассмотрите случай, когда сумма углов кратна 360° .

II. Дан равносторонний треугольник ABC , O — центр треугольника. Найдите композицию поворотов: **(а)** $R_B^{-60^\circ} \circ R_A^{60^\circ}$; **(б)** $R_O^{-120^\circ} \circ R_A^{60^\circ}$; **(в)** $R_O^{120^\circ} \circ R_A^{60^\circ}$.

III. На сторонах BC , CA , AB треугольника ABC вне его построены правильные треугольники BCA_1 , CAB_1 , ABC_1 . Докажите, что композиция поворотов с центрами A_1 , B_1 , C_1 на углы 60° есть центральная симметрия. Найдите ее центр.

1. Археологи нашли старинный свиток, в котором было написано: «Встань около березы, и дойди от нее, не сворачивая, до колодца, а у колодца поверни под прямым углом налево и пройди такое же расстояние. В том месте, где ты оказался, вбей колышек в землю. Теперь опять встань у березы, и дойди от нее, не сворачивая, до дуба, поверни под прямым углом направо и пройди такое же расстояние. Вбей второй колышек в землю. Посередине между колышками зарыт клад». Оказалось, что колодец и дуб по-прежнему на месте, но березы уже нет. Смогут ли археологи найти клад?

2. На сторонах AC и BC треугольника ABC вне его построены правильные треугольники ACP и BCQ . Найти углы треугольника, у которого вершины совпадают с серединой M стороны AB , точкой P и центром O треугольника BCQ .

3. (**Теорема Наполеона**) На сторонах треугольника вне его построены правильные треугольники. Докажите, что их центры — вершины правильного треугольника.

4. На сторонах четырехугольника, вне его построены квадраты. Докажите, что центры этих квадратов являются вершинами четырехугольника, у которого диагонали равны и перпендикулярны.

5. На сторонах AB и BC вписанного четырехугольника $ABCD$ выбраны такие точки K и L соответственно, что $AK = CD$ и $CL = AD$. Пусть M — середина KL . Докажите, что $\angle AMC = 90^\circ$.

Поворот

19 июля

I. Докажите, что композиция двух поворотов на углы в сумме не кратные 360° является поворотом. В какой точке находится центр и чему равен угол этого поворота? Рассмотрите случай, когда сумма углов кратна 360° .

II. Дан равносторонний треугольник ABC , O — центр треугольника. Найдите композицию поворотов: **(а)** $R_B^{-60^\circ} \circ R_A^{60^\circ}$; **(б)** $R_O^{-120^\circ} \circ R_A^{60^\circ}$; **(в)** $R_O^{120^\circ} \circ R_A^{60^\circ}$.

III. На сторонах BC , CA , AB треугольника ABC вне его построены правильные треугольники BCA_1 , CAB_1 , ABC_1 . Докажите, что композиция поворотов с центрами A_1 , B_1 , C_1 на углы 60° есть центральная симметрия. Найдите ее центр.

1. Археологи нашли старинный свиток, в котором было написано: «Встань около березы, и дойди от нее, не сворачивая, до колодца, а у колодца поверни под прямым углом налево и пройди такое же расстояние. В том месте, где ты оказался, вбей колышек в землю. Теперь опять встань у березы, и дойди от нее, не сворачивая, до дуба, поверни под прямым углом направо и пройди такое же расстояние. Вбей второй колышек в землю. Посередине между колышками зарыт клад». Оказалось, что колодец и дуб по-прежнему на месте, но березы уже нет. Смогут ли археологи найти клад?

2. На сторонах AC и BC треугольника ABC вне его построены правильные треугольники ACP и BCQ . Найти углы треугольника, у которого вершины совпадают с серединой M стороны AB , точкой P и центром O треугольника BCQ .

3. (**Теорема Наполеона**) На сторонах треугольника вне его построены правильные треугольники. Докажите, что их центры — вершины правильного треугольника.

4. На сторонах четырехугольника, вне его построены квадраты. Докажите, что центры этих квадратов являются вершинами четырехугольника, у которого диагонали равны и перпендикулярны.

5. На сторонах AB и BC вписанного четырехугольника $ABCD$ выбраны такие точки K и L соответственно, что $AK = CD$ и $CL = AD$. Пусть M — середина KL . Докажите, что $\angle AMC = 90^\circ$.