

Теоретические вопросы к зачёту

22 июля

1. Критерий Карно. Теорема Карно, ортологичные треугольники. Ортопол. Примеры ортологичных треугольников.
2. Формула Эйлера и её следствия. Связь с выпуклыми многогранниками. Двойственный граф. Раскраски многогранника в 2, 4 и 5 цветов.
3. Теорема Хватала. Теорема Фари. Как расставить охранников на плоскости, чтобы видеть всю внешнюю территорию?
4. Сумма двух квадратов по простому модулю, метод разбиения на четвёрки. Исследование случаев -1 , 2 , -2 при помощи критерия Эйлера. Простых чисел вида $8k + 3$, $8k + 5$ и $8k + 7$ бесконечно много.
5. Педальный треугольник, прямая Симсона. Педальные треугольники изогонально сопряжённых точек. Точки Торричелли и Аполлония.
6. Циклы в сильно связном турнире. Задача об инвертировании рёбер одной вершины. Задача о выкидывании рёбер сильно связного графа.
7. Идея усреднения. Задача о числе пар стоящих рядом мальчиков. Рёбра полного графа можно покрасить в два цвета, чтобы одноцветных треугольников было меньше четверти. Для любого $n > 1000$ существует турнир, в котором среди любых $2n + 1$ команд найдутся три, по циклу выигравшие друг друга.
8. В каких случаях арифметическая прогрессия содержит в себе геометрическую? Докажите, что если арифметическая прогрессия содержит квадраты трёх первых членов, то она целочисленная.
9. Лемма не-Бернсайда. Доказательство Малой теоремы Ферма. Число способов покрасить куб в k цветов.
10. Хроматическое число плоскости. Одноцветные конструкции при раскраске плоскости в три цвета.

Теоретические вопросы к зачёту

22 июля

1. Критерий Карно. Теорема Карно, ортологичные треугольники. Ортопол. Примеры ортологичных треугольников.
2. Формула Эйлера и её следствия. Связь с выпуклыми многогранниками. Двойственный граф. Раскраски многогранника в 2, 4 и 5 цветов.
3. Теорема Хватала. Теорема Фари. Как расставить охранников на плоскости, чтобы видеть всю внешнюю территорию?
4. Сумма двух квадратов по простому модулю, метод разбиения на четвёрки. Исследование случаев -1 , 2 , -2 при помощи критерия Эйлера. Простых чисел вида $8k + 3$, $8k + 5$ и $8k + 7$ бесконечно много.
5. Педальный треугольник, прямая Симсона. Педальные треугольники изогонально сопряжённых точек. Точки Торричелли и Аполлония.
6. Циклы в сильно связном турнире. Задача об инвертировании рёбер одной вершины. Задача о выкидывании рёбер сильно связного графа.
7. Идея усреднения. Задача о числе пар стоящих рядом мальчиков. Рёбра полного графа можно покрасить в два цвета, чтобы одноцветных треугольников было меньше четверти. Для любого $n > 1000$ существует турнир, в котором среди любых $2n + 1$ команд найдутся три, по циклу выигравшие друг друга.
8. В каких случаях арифметическая прогрессия содержит в себе геометрическую? Докажите, что если арифметическая прогрессия содержит квадраты трёх первых членов, то она целочисленная.
9. Лемма не-Бернсайда. Доказательство Малой теоремы Ферма. Число способов покрасить куб в k цветов.
10. Хроматическое число плоскости. Одноцветные конструкции при раскраске плоскости в три цвета.