

Матбой Профи-7 — М6-А1

1. В суперлиге играет 20 футбольных команд. Чемпионат разыгрывается в один круг (каждые две команды играют между собой один раз, за победу дают 3 очка, за ничью 1, за поражение очков не дают). По итогам чемпионата составили турнирную таблицу, в которой команды упорядочены по количеству очков. Какая наибольшая разница может быть между двумя командами, занимающими соседние строчки турнирной таблицы?

2. Изначально полоска 1×2016 пуста. Два школьника записывают по очереди в ее клетки буквы С и Э (каждым ходом каждый школьник может писать любую букву). Игрок, после хода которого получилось подслово СЭС, выигрывает. Докажите, что при правильной игре второй игрок выигрывает.

3. Какое наибольшее количество трёхзначных чисел можно выписать в ряд так, чтобы каждое число было больше предыдущего, а сумма цифр каждого следующего числа наоборот была бы меньше, чем у предыдущего?

4. Круглый лесопарк диаметром 1 км обнесен забором. В парк можно зайти через два выхода. Эти выходы соединены одной единственной извилистой тропинкой. Известно, что длина этой тропинки меньше 1 км. Администрация парка планирует соединить две диаметрально противоположные точки парка прямой аллеей (открыв два новых входа в парк). Докажите, что аллею можно провести так, чтобы она не пересекала тропинку.

5. На шахматной доске отмечено 37 клеток. Докажите, что если на отмеченные клетки можно поставить 8 не бьющих друг друга ладей, то это можно сделать хотя бы двумя способами.

6. Найдите все натуральные числа n такие, что в десятичной записи числа $n!$ используются только две различные цифры.

7. Существует ли такой набор натуральных чисел a, b, c, d, e , что ровно для двух натуральных чисел n все числа $n + a, n + b, n + c, n + d, n + e$ простые?

8. Электронная схема "ядерного чемоданчика" состоит из 12 кнопок. Каждая кнопка управляет своим переключателем: ее нажатие переключает его из положения "вкл" в положение "выкл" и обратно. Начальное положение выключателей неизвестно. Ядерный чемоданчик подает сигнал тревоги на неслышимой (ультразвуковой) частоте в тот момент, когда не менее 8 выключателей оказываются в положении "вкл". Докажите, что можно сделать не более 40 нажатий на кнопки для того, чтобы чемоданчик гарантированно подал сигнал тревоги.