

Разнойбой–2.

1. Докажите, что число $5^n - 1$ не может делиться на число на $4^n - 1$.

2. От клетчатой доски $m \times n$ ($m > 2$, $n > 2$) осталась только рамка ширины

1. За один ход можно выпилить одну или несколько клеток, образующих прямоугольник, лишь бы при этом оставшая часть не распалась на два куска. Кто не может сделать ход — проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

3. Каждый из 102 человек имеет не менее 68 знакомых. Докажите, что найдутся четверо, имеющие одинаковое число знакомых.

4. В городе живут трезвенники и алкоголики. Каждый день некоторый человек, у которого более половины знакомых ведут образ жизни, отличный от его образа жизни, меняет свои взгляды. Докажите, что рано или поздно изменения взглядов прекратятся.

5. За круглым столом сидит четное число людей. Количество денег у любых двух соседей отличается не более, чем на 100 руб. Докажите, что найдутся два человека, сидящих напротив друг друга, у которых количество денег так же отличается не более, чем на 100 руб.

6. В Москве 7 высоток. Турист-математик хочет найти такую точку, из которой эти высотки видны в заданном порядке (начиная с МГУ, по часовой стрелке). Всегда ли ему удастся это сделать?