

Неравенство треугольника.

1. ABCD — выпуклый четырёхугольник. Докажите, что $AB + CD < AC + BD$.
2. Внутри треугольника ABC выбрана точка O. Докажите, что $AB + BC > AO + OC$.
3. Сторону AB треугольника ABC разбили точками D и E на три равные части. Докажите, что $AC + BC > CD + CE$.
4. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы при стороне BC равны. Оказалось, что $\angle A > \angle D$. Докажите, что $AB < CD$.
5. Докажите, что в выпуклом пятиугольнике найдутся три диагонали, из которых можно составить треугольник.
6. Докажите, что в параллелограмме против большего угла лежит большая диагональ.
7. На сторонах треугольника ABC внешним образом построили параллелограммы ABKL, BCMN и CAPQ. Докажите, что из отрезков KN, MQ и PL можно составить треугольник.

Для самостоятельного решения

8. Имеется 10 отрезков, причём известно, что длина каждого — целое число сантиметров. Два самых коротких отрезка — по сантиметру, самый длинный — 50 см. Докажите, что среди отрезков найдутся три, из которых можно составить треугольник.
9. На круглом столе лежат 2010 правильно идущих механических часов. Докажите, что в какой-то момент времени сумма расстояний от центра стола до концов минутных стрелок будет больше, чем сумма расстояний от центра стола до центров часов.
10. Отрезки AB и CD длины 1 пересекаются в точке O, причём $\angle AOC = 60^\circ$. Докажите, что $AC + BD \geq 1$.