

Защикливание–1.

1. На доске написано число 76. Каждую минуту число стирают с доски и на его место записывают произведение его цифр, увеличенное на 12. Какое число окажется на доске через час (то есть чему равно 61-е число)?

2. Один преподаватель оставил на дверях всех комнат записки следующего содержания: «Я в комнате номер . . . » и исчез в неизвестном направлении (записки на разных дверях могут сообщать разную информацию). Настойчивый школьник начал поиски преподавателя, руководствуясь этими указаниями. Докажите, что с некоторого момента он начнет двигаться по циклу.

3. Каждое следующее число в последовательности целых чисел получается из предыдущего так: число возводится в квадрат, и из него вычеркиваются все цифры, кроме последних четырех. Докажите, что последовательность периодическая, и длина периода не больше 10000.

4. Найдите сотую цифру после запятой числа $4/135$.

Простой принцип зашккливания. *Если система может находиться в конечном числе состояний, и каждое следующее состояние однозначно определяется по предыдущему, то система с некоторого момента зашкклится.*

5. Последовательность натуральных чисел строится так: первые два члена произвольны, а каждое следующее число равно последней цифре суммы квадратов двух предыдущих членов. Докажите, что эта последовательность всегда зашккливается.

6. Жители страны Пуп Мира очень гордятся тем, что у них президентская форма правления: каждые 4 года президентом избирается либо республиканец, либо демократ. ПупМировские политологи обнаружили строгий закон, по которому определяется партийность очередного президента. Хотя этот закон засекречен «Актом о демократии», в печать просочились сведения, что партийность очередного президента полностью определяется партийностью предыдущих десяти. Докажите, что последовательность партийностей президентов зашкклится, и оцените как-нибудь длину периода.

Составной принцип зашккливания. *Если система может находиться в конечном числе состояний, и каждое следующее состояние однозначно определяется по фиксированному числу предыдущих, то система с некоторого момента зашкклится.*

7. Вот уже миллиард лет погода в Вишке в данный день полностью определяется предыдущей декадой. Как известно, существует восемь типов погоды. Во все дни последней недели погода была разная. Докажите, что еще когда-нибудь встретится неделя с точно такой же погодой.

Для самостоятельного решения

8. Докажите, что в задаче 3 длина периода не больше (a) 5000; (b) 2500.

9. Вася написал программу для своего компьютера, которая должна печатать на принтере цифры десятичной записи числа $\sqrt{2}$. Докажите, что у Васи ничего не получилось: его программа рано или поздно напечатает неправильную цифру.