

Поворот вектора

Идея. Чтобы найти образ вектора при повороте, можно разложить его в сумму нескольких векторов и найти образ каждого слагаемого в отдельности, каждый раз выбирая свой, наиболее удобный для этого слагаемого центр поворота.

1. На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ построены внешним образом правильные треугольники BCP и CDQ . Докажите, что треугольник APQ правильный.
2. Равносторонние треугольники ABC и CDE имеют общую вершину C и одинаково ориентированы. Докажите, что середины отрезков AC , CE и BD являются вершинами равностороннего треугольника.
3. Из произвольной внутренней точки O выпуклого n -угольника опущены перпендикуляры на стороны (или на их продолжения). На каждом перпендикуляре от точки O по направлению к стороне построен вектор, длина которого равна половине длины той стороны, на которую опущен перпендикуляр. Определить сумму построенных векторов.
4. Во внешнюю сторону треугольника ABC построены квадраты $ACMN$ и $BCPQ$ с центрами X и Y соответственно. Точка O — середина AB . Докажите, что $OX = OY$ и $OX \perp OY$.
5. На плоскости даны три (одинаково ориентированных) квадрата: $ABCD$, $AB_1C_1D_1$ и $A_2B_2CD_2$; первый квадрат имеет с двумя другими общие вершины A и C . Докажите, что медиана BM треугольника BB_1B_2 перпендикулярна отрезку D_1D_2 .
6. На сторонах выпуклого четырехугольника наружу построены квадраты. Докажите, что отрезки, соединяющие центры противоположных квадратов, перпендикулярны.
7. На сторонах четырехугольника $ABCD$ с перпендикулярными диагоналями во внешнюю сторону построены подобные треугольники ABM , CBP , CDL и ADK (соседние ориентированы по-разному). Докажите, что $PK = ML$.

Поворот вектора

Идея. Чтобы найти образ вектора при повороте, можно разложить его в сумму нескольких векторов и найти образ каждого слагаемого в отдельности, каждый раз выбирая свой, наиболее удобный для этого слагаемого центр поворота.

1. На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ построены внешним образом правильные треугольники BCP и CDQ . Докажите, что треугольник APQ правильный.
2. Равносторонние треугольники ABC и CDE имеют общую вершину C и одинаково ориентированы. Докажите, что середины отрезков AC , CE и BD являются вершинами равностороннего треугольника.
3. Из произвольной внутренней точки O выпуклого n -угольника опущены перпендикуляры на стороны (или на их продолжения). На каждом перпендикуляре от точки O по направлению к стороне построен вектор, длина которого равна половине длины той стороны, на которую опущен перпендикуляр. Определить сумму построенных векторов.
4. Во внешнюю сторону треугольника ABC построены квадраты $ACMN$ и $BCPQ$ с центрами X и Y соответственно. Точка O — середина AB . Докажите, что $OX = OY$ и $OX \perp OY$.
5. На плоскости даны три (одинаково ориентированных) квадрата: $ABCD$, $AB_1C_1D_1$ и $A_2B_2CD_2$; первый квадрат имеет с двумя другими общие вершины A и C . Докажите, что медиана BM треугольника BB_1B_2 перпендикулярна отрезку D_1D_2 .
6. На сторонах выпуклого четырехугольника наружу построены квадраты. Докажите, что отрезки, соединяющие центры противоположных квадратов, перпендикулярны.
7. На сторонах четырехугольника $ABCD$ с перпендикулярными диагоналями во внешнюю сторону построены подобные треугольники ABM , CBP , CDL и ADK (соседние ориентированы по-разному). Докажите, что $PK = ML$.