

Векторы-2

1. В треугольнике ABC на стороне AB выбраны точки K и L так, что $AK = BL$, а на стороне BC – точки M и N так, что $CN = BM$. Докажите, что $KN + LM \geq AC$.
2. Середины противоположных сторон шестиугольника соединены отрезками. Оказалось, что точки попарного пересечения этих отрезков образуют равносторонний треугольник. Докажите, что проведённые отрезки равны.
3. На сторонах AB, BC, CD, DA параллелограмма $ABCD$ выбраны точки M, N, P, Q , соответственно так, что $\vec{AP} + \vec{AN} + \vec{CQ} + \vec{CM} = 0$. Докажите, что QN, PM и AC пересекаются в одной точке.

Идея. Вектора можно проектировать.

4. Дан произвольный треугольник ABC и такая прямая ℓ , пересекающая треугольник, что расстояние от неё до точки A равно сумме расстояний до этой прямой от точек B и C (причем B и C лежат по одну сторону от ℓ). Докажите, что все такие прямые проходят через одну точку.
5. Докажите, что точки A, B, C принадлежат одной прямой тогда и только тогда, когда $\vec{OA} = k\vec{OB} + (1 - k)\vec{OC}$ для некоторого k .
6. На диагоналях AC и CE правильного шестиугольника $ABCDEF$ взяты точки M и N соответственно, причём $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = \lambda$. Известно, что точки B, M и N лежат на одной прямой. Найдите λ .
7. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты такие точки P, M и K , что отрезки AM, BK и CP пересекаются в одной точке и сумма векторов \vec{AM}, \vec{BK} и \vec{CP} равна 0. Докажите, что P, M и K – середины сторон треугольника ABC .

Векторы-2

1. В треугольнике ABC на стороне AB выбраны точки K и L так, что $AK = BL$, а на стороне BC – точки M и N так, что $CN = BM$. Докажите, что $KN + LM \geq AC$.
2. Середины противоположных сторон шестиугольника соединены отрезками. Оказалось, что точки попарного пересечения этих отрезков образуют равносторонний треугольник. Докажите, что проведённые отрезки равны.
3. На сторонах AB, BC, CD, DA параллелограмма $ABCD$ выбраны точки M, N, P, Q , соответственно так, что $\vec{AP} + \vec{AN} + \vec{CQ} + \vec{CM} = 0$. Докажите, что QN, PM и AC пересекаются в одной точке.

Идея. Вектора можно проектировать.

4. Дан произвольный треугольник ABC и такая прямая ℓ , пересекающая треугольник, что расстояние от неё до точки A равно сумме расстояний до этой прямой от точек B и C (причем B и C лежат по одну сторону от ℓ). Докажите, что все такие прямые проходят через одну точку.
5. Докажите, что точки A, B, C принадлежат одной прямой тогда и только тогда, когда $\vec{OA} = k\vec{OB} + (1 - k)\vec{OC}$ для некоторого k .
6. На диагоналях AC и CE правильного шестиугольника $ABCDEF$ взяты точки M и N соответственно, причём $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = \lambda$. Известно, что точки B, M и N лежат на одной прямой. Найдите λ .
7. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты такие точки P, M и K , что отрезки AM, BK и CP пересекаются в одной точке и сумма векторов \vec{AM}, \vec{BK} и \vec{CP} равна 0. Докажите, что P, M и K – середины сторон треугольника ABC .