*Двадцать седьмая Летняя Многопредметная Школа Кировской области*
*Вишкиль. 3-28 июля 2011 г.*

## Вступительная олимпиада. 04.07.2011

**1.** Как поровну разделить 7 булок на 12 человек так, чтобы каждый кусок был больше $\frac{1}{12}$ булки.

**2.** На хорде $AB$ окружности с центром $O$ берется произвольная точка $M$. Через точки $A$, $M$ и $O$ проводится окружность, пересекающая первую окружность в точках $A$ и $C$. Докажите, что $MB = MC$.

**3.** Число $\underbrace{11\ldots1}_{n}2\underbrace{1\ldots11}_{n}$ делится на 11. Докажите, что оно делится на 121.

**4.** В таблице $2011 \times 2011$ расставляются числа 1 и $-1$ так, чтобы произведения чисел во всех строках и во всех столбцах были равны 1. Сколькими способами это можно сделать?

**5.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_1} = x_2 + x_3 + \ldots + x_{10} \\ \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_3 + \cdots + x_{10} \\ \qquad \ldots \\ \dfrac{1}{x_{10}} = x_1 + x_2 + \cdots + x_9 \end{cases}$$

**6.** Имеется несколько юношей, каждый из которых знаком с некоторыми девушками. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: “Я могу одновременно женить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!”. Вторая сваха говорит: “А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!”. Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: “В таком случае можно сделать и то, и другое одновременно!”. Прав ли он?

*Двадцать седьмая Летняя Многопредметная Школа Кировской области*
*Вишкиль. 3-28 июля 2011 г.*

## Вступительная олимпиада. 04.07.2011

**1.** Как поровну разделить 7 булок на 12 человек так, чтобы каждый кусок был больше $\frac{1}{12}$ булки.

**2.** На хорде $AB$ окружности с центром $O$ берется произвольная точка $M$. Через точки $A$, $M$ и $O$ проводится окружность, пересекающая первую окружность в точках $A$ и $C$. Докажите, что $MB = MC$.

**3.** Число $\underbrace{11\ldots1}_{n}2\underbrace{1\ldots11}_{n}$ делится на 11. Докажите, что оно делится на 121.

**4.** В таблице $2011 \times 2011$ расставляются числа 1 и $-1$ так, чтобы произведения чисел во всех строках и во всех столбцах были равны 1. Сколькими способами это можно сделать?

**5.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_1} = x_2 + x_3 + \ldots + x_{10} \\ \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_3 + \cdots + x_{10} \\ \qquad \ldots \\ \dfrac{1}{x_{10}} = x_1 + x_2 + \cdots + x_9 \end{cases}$$

**6.** Имеется несколько юношей, каждый из которых знаком с некоторыми девушками. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: “Я могу одновременно женить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!”. Вторая сваха говорит: “А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!”. Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: “В таком случае можно сделать и то, и другое одновременно!”. Прав ли он?

*Двадцать седьмая Летняя Многопредметная Школа Кировской области*
*Вишкиль. 3-28 июля 2011 г.*

## Вступительная олимпиада. 04.07.2011

**1.** Как поровну разделить 7 булок на 12 человек так, чтобы каждый кусок был больше $\frac{1}{12}$ булки.

**2.** На хорде $AB$ окружности с центром $O$ берется произвольная точка $M$. Через точки $A$, $M$ и $O$ проводится окружность, пересекающая первую окружность в точках $A$ и $C$. Докажите, что $MB = MC$.

**3.** Число $\underbrace{11\ldots1}_{n}2\underbrace{1\ldots11}_{n}$ делится на 11. Докажите, что оно делится на 121.

**4.** В таблице $2011 \times 2011$ расставляются числа 1 и −1 так, чтобы произведения чисел во всех строках и во всех столбцах были равны 1. Сколькими способами это можно сделать?

**5.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_1} = x_2 + x_3 + \ldots + x_{10} \\ \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_3 + \cdots + x_{10} \\ \qquad \ldots \\ \dfrac{1}{x_{10}} = x_1 + x_2 + \cdots + x_9 \end{cases}$$

**6.** Имеется несколько юношей, каждый из которых знаком с некоторыми девушками. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: “Я могу одновременно женить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!”. Вторая сваха говорит: “А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!”. Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: “В таком случае можно сделать и то, и другое одновременно!”. Прав ли он?

*Двадцать седьмая Летняя Многопредметная Школа Кировской области*
*Вишкиль. 3-28 июля 2011 г.*

## Вступительная олимпиада. 04.07.2011

**1.** Как поровну разделить 7 булок на 12 человек так, чтобы каждый кусок был больше $\frac{1}{12}$ булки.

**2.** На хорде $AB$ окружности с центром $O$ берется произвольная точка $M$. Через точки $A$, $M$ и $O$ проводится окружность, пересекающая первую окружность в точках $A$ и $C$. Докажите, что $MB = MC$.

**3.** Число $\underbrace{11\ldots1}_{n}2\underbrace{1\ldots11}_{n}$ делится на 11. Докажите, что оно делится на 121.

**4.** В таблице $2011 \times 2011$ расставляются числа 1 и −1 так, чтобы произведения чисел во всех строках и во всех столбцах были равны 1. Сколькими способами это можно сделать?

**5.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_1} = x_2 + x_3 + \ldots + x_{10} \\ \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_3 + \cdots + x_{10} \\ \qquad \ldots \\ \dfrac{1}{x_{10}} = x_1 + x_2 + \cdots + x_9 \end{cases}$$

**6.** Имеется несколько юношей, каждый из которых знаком с некоторыми девушками. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: “Я могу одновременно женить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!”. Вторая сваха говорит: “А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!”. Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: “В таком случае можно сделать и то, и другое одновременно!”. Прав ли он?