

Разнойбой–4.

1. Натуральные числа x, y таковы, что $x^2y + 1 : xy - 1$. Найдите все такие пары (x, y) .

2. Два кота делят огромную цепочку из 100 сосисок с мышатиной и 200 сосисок с крысятиной. Они хотят разделить ее так, чтобы каждому досталось ровно по половине сосисок каждого вида. Какое минимальное число разрезов надо сделать для этого?

3. Двое игроков играют в игру. Они по очереди берут из кучки из n камней 1, 2 или 3 камня, причем нельзя повторять последний ход соперника. Кто не может сделать ход – проиграл. Для каждого n определите, кто выигрывает при правильной игре.

4. Найдите первые 100 знаков после запятой в десятичной записи числа $(\sqrt{26} + 5)^{1000}$.

5. Есть выпуклый n -угольник. Докажите, что можно выбрать три его стороны так, что среди них нет параллельных, и многоугольник лежит внутри треугольника, образованного этими тремя прямыми.