

Геометрические конструкции

1. Две стороны одного треугольника равны двум сторонам другого. Треугольники подобны. Обязательно ли они равны?

2. Барон Мюнхгаузен утверждает, что он циркулем и линейкой может разбить любой треугольник на два меньших и провести в одном из них медиану, а в другом – параллельную ей биссектрису. Могут ли слова барона быть правдой?

3. Докажите, что площадь выпуклого четырёхугольника $ABCD$ не превосходит $\frac{AB \cdot CD + AD \cdot BC}{2}$.

4. Каждая из диагоналей разбивает четырёхугольник на два равнобедренных треугольника. Обязательно ли диагонали перпендикулярны?

5. (а) Приведите пример треугольника, все стороны и высоты которого измеряются целым числом сантиметров.

(б) Могут ли в остроугольном треугольнике все стороны и высоты измеряться целым числом сантиметров?

6. В четырёхугольнике $ABCD$ $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 115^\circ$, $AD = BC$. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке M . Найдите $\angle MAB$.

Для самостоятельного решения

7. Замкнутая ломаная пересекает каждое свое звено ровно один раз. Может ли каждая точка самопересечения делить оба пересекающихся звена в отношении $2 : 1$?

8. Треугольник разбили на пять треугольников, ему подобных. Верно ли, что исходный треугольник – прямоугольный?

9. Четыре деревни расположены в вершинах квадрата со стороной 10 км. Можно ли их связать системой дорог, длина которых будет меньше 28 км?

10. Биссектрисы AA_1 и BB_1 треугольника ABC пересекаются в точке I . На отрезках A_1I и B_1I построены как на основаниях равнобедренные треугольники с вершинами A_2 и B_2 , лежащими на прямой AB . Известно, что прямая CI делит отрезок A_2B_2 пополам. Верно ли, что треугольник ABC – равнобедренный?