

Разнойбой-2

1. Сколькими способами можно расставить в строку буквы К, О, Т, К, О, Т так, чтобы нашлись две одинаковые буквы, стоящие рядом?

2. Есть 10 различных целых чисел (не обязательно положительных). За одну операцию можно два не равных числа одинаковой четности заменить на два равных с той же суммой. Может ли процесс продолжаться бесконечно?

3. Пусть M и M_1 — точки пересечения медиан треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно. Докажите, что $\overrightarrow{MM_1} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1})$.

4. Двадцать школьников решали 20 задач. Известно, что каждую из задач решили 2 школьника и каждый школьник решил по две задачи. Доказать, что можно так организовать разбор задач, что каждый школьник расскажет по одной задаче и каждая задача будет рассказана ровно один раз.