

Вопросы для подготовки к зачету.

Теория чисел.

1. Алгоритм Евклида. Нахождение НОД при помощи алгоритма Евклида. Теорема о линейном разложении НОД.
2. Решение линейного диофантова уравнения.
3. Основная теорема арифметики. Ее эквивалентность утверждению о делимости произведения на простое число. Доказательство ОТА (с помощью алгоритма Евклида).
4. Связь между НОД и НОК. Формула для количества делителей.
5. Сравнения по модулю и их свойства. Сокращение сравнений.
6. Китайская теорема об остатках. Два доказательства.
7. Доказательство МТФ через Бином Ньютона.
8. Доказательство МТФ через перемножение остатков.
9. Комбинаторное доказательство МТФ.
10. Доказательство МТФ через граф умножений.
11. Теорема Вильсона. Когда -1 является квадратом по модулю простого числа.
12. Бесконечность множества простых чисел вида $4k+1$ и $4k+3$. Существование простого числа вида $2pk+1$.

Комбинаторика.

13. Принцип закидывания и принцип закидывания без предпериода.
14. Принцип дискретной непрерывности. Задача о разбиении синих и красных точек одной прямой на две части.
15. Формула включений и исключений.
16. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Треугольник Паскаля. Два доказательства бинома Ньютона. Неравенство Бернулли.
17. Комбинаторные доказательства тождеств с C_n^k .
18. Формула шаров и перегородок (две штуки).
19. Счастливые билеты, подсчет их количества двумя способами.

Графы.

20. Подвешивание графа.
21. Деревья. Эквивалентность нескольких определений дерева.
22. Существование остовного дерева в связном графе.
23. Двудольные графы, критерий двудольности.

Геометрия.

24. Площадь. Площадь треугольника, трапеции, параллелограмма. Золотое свойство биссектрисы.
25. Линейность площади.
26. Обобщенная теорема Фалеса.
27. Три признака подобия.
28. Лемма о диагонали. Формула Пика.
29. Доказательство того, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, с помощью площадей.
30. Четвертый признак равенства треугольников. Описание ГМТ, из которых боковые стороны равнобедренного треугольника видны под равными углами.
31. Теорема Чевы. Точка Жергонна.
32. Теорема Ван Обеля.
33. Теорема Менелая. Основания внешних и внутренних биссектрис лежат на одной прямой.