

Осевая симметрия

Определение. *Осевой симметрией относительно прямой l называется преобразование плоскости, при котором каждая точка A переходит в точку A' , для которой отрезок $AA' \perp l$ и делится ей пополам.*

Определение. *Параллельным переносом на вектор \vec{v} называется преобразование плоскости при котором каждая точка A переходит в такую точку A' , что $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$.*

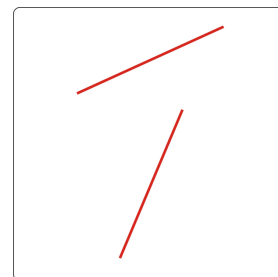
1. Докажите, что при (а) параллельном переносе (б) осевой симметрии отрезок AB переходит в отрезок, к тому же равный ему. (с) А что произойдёт с окружностью?

2. Опишите результат последовательного выполнения (композиции) двух симметрий относительно: (а) двух параллельных прямых; (б) двух пересекающихся прямых.

3. Даны две концентрические окружности. Третья окружность пересекает одну из них в точках A и D , а другую – в точках B и C . Докажите, что $AB = CD$, $AC = BD$.

4. Даны окружность и прямая, расположенные в разных полуплоскостях с границей l . Постройте на данной прямой и окружности точки, симметричные относительно прямой l .

5. В "хакерке" лежал квадратный платок сложенный два раза. Один край платка Лёва случайно запачкал в варенье. Лёва очень расстроился, когда развернул платок и увидел два ярких равных отрезка-следа, и, чтобы Лена не заметила, решил снова сложить его так же. А как ему это сделать? (Совместить два отрезка при помощи двух осевых симметрий)



6. Постройте четырёхугольник $ABCD$, у которого диагональ AC принадлежит биссектрисе угла A , если известны все стороны четырёхугольника.

7. Постройте треугольник ABC , если даны прямая, на которой лежит сторона AB , и серединные перпендикуляры к сторонам AC и BC .

Для самостоятельного решения

8. На каждой стороне треугольника ABC выбрано по точке. В каком случае периметр нового треугольника будет минимальным?

9. Дан треугольник ABC . Две прямые, симметричные прямой AC относительно прямых AB и BC соответственно, пересекаются в точке K . Докажите, что прямая BK проходит через центр O описанной около треугольника ABC окружности.

10. В треугольнике ABC через середину M стороны BC провели прямую, перпендикулярную биссектрисе угла A . Она пересекает прямые AB и AC в точках T и S . Докажите, что $BT = CS$.