XXXI Кировская ЛМШ, 3–28 июля 2015 года • 8 класс • 4 июля

Вступительная олимпиада.

1. Найдите 127 натуральных чисел, идущих подряд, сумма которых делится на 2015.

2. Имеется 40 карандашей четырех цветов по 10 карандашей каждого цвета. Их раздали 10 ребятам так, что каждый получил по 4 карандаша. Найдите наименьшее n такое, что вне зависимости от распределения карандашей всегда можно выбрать n ребят, чтобы у них в общем нашлись карандаши всех цветов.

3. На сторонах треугольника ABC, как на основаниях, построены равносторонние треугольники: ABC_1 и BCA_1 – во внешнюю сторону и CAB_1 – вовнутрь. Точки A_1, B_1 и C_1 лежат на одной прямой. Найдите угол ABC.

4. На 50 карточках написаны числа от 1 до 25 (каждое по два раза). За круглым столом сидят 25 человек, причём изначально у каждого из них по 2 карточки. Раз в минуту каждый передаёт соседу слева ту карточку, на которой написано меньшее число. Докажите, что в некоторый момент у кого-то окажутся карточки с равными числами.

5. Для каждого натурального n обозначим через S_n сумму первых n простых чисел: $S_1 = 2, S_2 = 2 + 3, S_3 = 2 + 3 + 5, \ldots$. Могут ли два подряд идущих члена последовательности $\{S_n\}$ оказаться квадратами натуральных чисел?

XXXI Кировская ЛМШ, 3–28 июля 2015 года • 8 класс • 4 июля

Вступительная олимпиада.

1. Найдите 127 натуральных чисел, идущих подряд, сумма которых делится на 2015.

2. Имеется 40 карандашей четырех цветов по 10 карандашей каждого цвета. Их раздали 10 ребятам так, что каждый получил по 4 карандаша. Найдите наименьшее n такое, что вне зависимости от распределения карандашей всегда можно выбрать n ребят, чтобы у них в общем нашлись карандаши всех цветов.

3. На сторонах треугольника ABC, как на основаниях, построены равносторонние треугольники: ABC_1 и BCA_1 – во внешнюю сторону и CAB_1 – вовнутрь. Точки A_1, B_1 и C_1 лежат на одной прямой. Найдите угол ABC.

4. На 50 карточках написаны числа от 1 до 25 (каждое по два раза). За круглым столом сидят 25 человек, причём изначально у каждого из них по 2 карточки. Раз в минуту каждый передаёт соседу слева ту карточку, на которой написано меньшее число. Докажите, что в некоторый момент у кого-то окажутся карточки с равными числами.

5. Для каждого натурального n обозначим через S_n сумму первых n простых чисел: $S_1 = 2, S_2 = 2 + 3, S_3 = 2 + 3 + 5, \ldots$. Могут ли два подряд идущих члена последовательности $\{S_n\}$ оказаться квадратами натуральных чисел?