

Модели.

1. В ряд выложены 5 карточек. На каждой написано ненулевое число. Про любые две карточки можно узнать (а) сумму; (б) произведение чисел на них. Можно ли определить, какие числа написаны на карточках?

2. В каждой клетке таблицы 5×5 написано вещественное число. За ход можно узнать сумму чисел в любой доминошке.

(а) Докажите, что изначально числа могли быть расставлены так, что по полученным ответам нельзя узнать сумму всех чисел в таблице.

(б) Докажите, что по полученным ответам никогда не удастся выяснить сумму чисел в таблице.

3. На столе стоят 2014 коробочек, в каждой из которых лежит белый или чёрный шарик, причём белых шариков — чётное число. Разрешается указать ведущему на любые две коробочки и спросить, есть ли в них хотя бы один белый шарик.

(а) Докажите, что за 2013 вопросов можно гарантированно определить какую-нибудь коробочку, в которой лежит белый шарик.

(б) Докажите, что за 2012 вопросов нельзя гарантированно определить ни одну коробочку, в которой лежит белый шарик.

4. За круглым столом сидит компания из 5 рыцарей и 4 хитрецов. Всех сидящих спрашивают: «Кто Ваш сосед справа — рыцарь или хитрец?» В ответ рыцарь говорит правду, а хитрец может сказать как правду, так и ложь. Докажите, что зная эти ответы, нельзя гарантированно указать ни на одного рыцаря в этой компании.

5. У нумизмата Гриши есть 100 монет, ровно одна из которых фальшивая. Все настоящие монеты имеют одинаковый вес, а фальшивая отличается от них по весу. Гриша сломал двухчашечные весы так, что теперь они всегда показывают неправильный результат взвешивания. (На каждую чашку весов можно класть не более одной монеты. При взвешивании двух монет одинакового веса одна из них будет перевешивать другую, а при взвешивании двух монет разного веса эти весы или будут находиться в равновесии, или монета с меньшим весом будет перевешивать монету с большим весом).

(а) Докажите, что Гриша с помощью таких весов может наверняка определить хотя бы одну настоящую монету.

(б) Докажите, что Гриша не может наверняка определить фальшивую монету.

(с) Какое наибольшее количество настоящих монет Гриша может указать наверняка?