

## Разнойбой-1.

1. Докажите для положительных чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  неравенство:

$$ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}$$

2. Пусть  $A_1, \dots, A_n$  — правильный  $n$ -угольник, а  $O$  — его центр. Докажите, что  $\overrightarrow{OA_1} + \dots + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}$ .

3. В парламенте каждый депутат имеет не более трех врагов. Докажите, что парламент можно разбить на две палаты так, чтобы каждый депутат в палате имел не более одного врага.

4.  $AB$  — диаметр окружности;  $C, D, E$  — точки на одной полуокружности  $ACDEB$ . На диаметре  $AB$  взяты: точка  $F$  так, что  $\angle CFA = \angle DFB$ , и точка  $G$  так, что  $\angle DGA = \angle EGB$ . Найдите  $\angle FDG$ , если дуга  $AC$  равна  $60^\circ$ , а дуга  $BE$  равна  $20^\circ$ .

5. В языке племени АУ две буквы — "а" и "у". Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не меньше одной и не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке.

## Разнойбой-1.

1. Докажите для положительных чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  неравенство:

$$ab + bc + ca \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}$$

2. Пусть  $A_1, \dots, A_n$  — правильный  $n$ -угольник, а  $O$  — его центр. Докажите, что  $\overrightarrow{OA_1} + \dots + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}$ .

3. В парламенте каждый депутат имеет не более трех врагов. Докажите, что парламент можно разбить на две палаты так, чтобы каждый депутат в палате имел не более одного врага.

4.  $AB$  — диаметр окружности;  $C, D, E$  — точки на одной полуокружности  $ACDEB$ . На диаметре  $AB$  взяты: точка  $F$  так, что  $\angle CFA = \angle DFB$ , и точка  $G$  так, что  $\angle DGA = \angle EGB$ . Найдите  $\angle FDG$ , если дуга  $AC$  равна  $60^\circ$ , а дуга  $BE$  равна  $20^\circ$ .

5. В языке племени АУ две буквы — "а" и "у". Некоторые последовательности этих букв являются словами, причём в каждом слове не меньше одной и не больше 13 букв. Известно, что если написать подряд любые два слова, то полученная последовательность букв не будет словом. Найдите максимальное возможное количество слов в таком языке.