

Разнойбой–3.

1. (a) В ряд лежат 20 одинаковых монет. Сколькими способами их можно разбить на 5 (различных) непустых групп подряд идущих монет?

(b) В ряд лежат 20 одинаковых монет. Сколькими способами их можно разбить на 5 (различных) групп (возможно, пустых) подряд идущих монет?

2. По кругу лежат 100 монет, причем стороны, которыми они обращены вверх, у них чередуются. Можно одновременно переворачивать несколько подряд идущих монет. За какое наименьшее число операций можно перевернуть все монеты на одну сторону?

3. Двое игроков по очереди выписывают натуральные числа. Первое число должно быть однозначным, каждое следующее получается из предыдущего умножением на некоторую цифру, большую 1. Проигрывает тот, кто первым напишет число, большее триллиона. Кто из игроков выигрывает при правильной игре?

4. Докажите, что произведение n последовательных целых чисел делится на $n!$.

5. Дан связный граф G с k рёбрами. Докажите, что можно занумеровать рёбра всеми числами $1, 2, \dots, k$ так, чтобы для каждой вершины степени не меньшей двух, набор чисел, которыми помечены рёбра из этой вершины, имел НОД, равный 1.