

Варьирование

1. В трёх кошельках лежат купюры различных номиналов (в первом – сторублёвые, во втором – десятирублёвые, в третьем – пятирублёвые). Бизнесмен хочет взять пять купюр из одного кошелька, две из другого и одну из третьего так, чтобы полученная сумма была минимальной. Как ему это сделать?

2. Пять деревень расположены друг за другом на прямой дороге. Где надо выкопать колодец, чтобы сумма расстояний от него до деревень была минимальной?

3. (a) Сумма двух чисел равна S . Чему равно их максимально возможное произведение? (b) Произведение двух положительных чисел равно T . Чему равна их минимальная сумма?

4. Как разбить число 2015 на несколько натуральных слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим из возможных?

5. (a) Докажите, что любой отрезок, лежащий внутри треугольника, короче его наибольшей стороны. (b) Докажите, что любой отрезок, лежащий внутри выпуклого многоугольника, короче его наибольшей диагонали или наибольшей стороны.

6. (a) Докажите, что $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ для положительных чисел a , b и c .

(b) Обобщите полученный результат для n чисел.

Для самостоятельного решения

7. Два выпуклых многоугольника имеют общую сторону. При этом один вложен в другой. Докажите, что периметр внутреннего многоугольника меньше периметра внешнего.

8. Треугольник целиком содержится в параллелограмме. Докажите, что площадь треугольника не превышает половины площади параллелограмма.

9. Докажите, что среди всех стоугольников, вписанных в данную окружность, наибольшую площадь имеет правильный.