Основные формулы комбинаторики.

Что мы знаем? Правило суммы, правило произведения, число размещений A_n^k и формулу для него, число сочетаний C_n^k и формулу для него.

1. Эмблема состоит из 6 полосок, каждая может быть 5 цветов. При этом любые две соседние полоски должны быть разного цвета. Сколько возможно эмблем?

2. **(a)** Сколькими способами можно из 10 юношей и 15 девушек составить команду из трех юношей и трех девушек?

(b) Сколькими способами можно из 10 юношей и 15 девушек составить три пары (пара состоит из юноши и девушки)?

3. Отмечены вершины и середины сторон правильного десятиугольника (то есть всего отмечено 20 точек). Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

4. **(a)** Сколькими способами можно переставить буквы в слове ПОВТОРРР?

(b) Сколькими способами можно переставить буквы в слове БАРАБАНБАРАБАН?

(c) Есть a_1 одинаковых предметов 1 типа, a_2 – 2 типа, ..., a_s – s-го типа. Сколькими способами можно выложить эти предметы в ряд?

5. Сколькими способами можно расставить на черные поля шашечной доски 12 черных и 12 белых шашек?

6. Сколькими способами можно переставить буквы в слове БАРАБАН так, чтобы три буквы А не шли подряд?

7. **(a)** Имеется 10 белых шаров и 4 черных шара. Сколькими способами можно все шары выложить в ряд так, чтобы никакие два черных шара не лежали рядом?

(b) Задача та же, но шары лежат по окружности (и если способы отличаются друг от друга поворотом, то это – разные способы).

8. **(a)** Прямоугольник вертикальными линиями разрезан на 20 прямоугольников. Сколько прямоугольников есть на полученной картинке?

(b) Сколько есть прямоугольников из клеток на шахматной доске?

9. На устной олимпиаде каждый из n школьников сдал от 0 до 5 задач, причем общее количество сданных задач кратно трем. Результаты олимпиады подводятся по количеству решенных задач. Сколько возможно результатов? (Результат – это итоговый протокол, где указано, сколько задач сдал каждый школьник.)

Для самостоятельного решения

10. Дан правильный 99-угольник. Сколькими способами можно выбрать три его вершины так, чтобы они являлись вершинами равнобедренного треугольника?

11. Сколькими способами из n-элементного множества можно выбрать

(a) подмножество;

(b) непересекающиеся подмножества A и B;

(c) подмножества A и B такие, что A содержится в B?

(d) два подмножества, пересекающиеся ровно по трем элементам $(n > 3)$?

12. Доступ к сейфу имеют 11 членов комиссии. Каким наименьшим числом замков можно снабдить сейф для того, чтобы при определенном наборе ключей любые шестеро, собравшись вместе, могли его открыть, а любых пяти было бы недостаточно?