

## Движения

1. Докажите, что всякий (а) поворот; (б) параллельный перенос можно представить в виде композиции двух осевых симметрий. Сколькими способами такое представление возможно?

2. Найдите результат композиции трех осевых симметрий (а) с параллельными осями; (б) с осями, имеющими общую точку.

3. Найдите результат композиции двух (а) симметрий; (б) параллельных переносов; (с) поворотов.

4. Валентина Александровна рассматривает композицию симметрий относительно сторон квадрата (в порядке обхода по часовой стрелке). Что за преобразование плоскости у нее получится в итоге?

**Определение.** Преобразование плоскости сохраняющее расстояния между точками называется *движением*. Композиция движений — движение. Обратное преобразование к движению — движение.

*Параллельный перенос, поворот, осевая симметрия являются движениями плоскости.*

5. Докажите, что движение однозначно определяется образами трёх точек, не лежащих на одной прямой.

6. Докажите, что всякое движение представляется в виде композиции не более, чем трёх осевых симметрий.

7. Существует ли такое движение  $f$ , что  $f \circ f$  — осевая симметрия?

### Для самостоятельного решения

8. Фигура образована пересечением трёх квадратов с общим центром. Через этот центр проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Докажите, что они делят фигуру на равновеликие части.

9. Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что окружности, описанные около треугольников  $ABO$  и  $CDO$ , касаются.

10. Дан многоугольник  $A_1 \dots A_n$ . Найдите результат композиции  $R_{2\alpha_1}^{A_1} \circ \dots \circ R_{2\alpha_n}^{A_n} (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  — соответствующие углы многоугольника).

11. Назовём треугольник  $ABC$  положительно ориентированным (отрицательно ориентированным), если перемещение по его контуру  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  происходит против часовой стрелки (по часовой стрелке). Какие из известных нам движений сохраняют ориентацию треугольника?