

Подобие.

1. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) на стороне AB выбрана точка D , а на продолжении луча AC за точку C выбрана точка E так, что $BD = CE$. Отрезки DE и BC пересекаются в точке G . Докажите, что $DG = GE$.

2. Докажите, что середины оснований, точка пересечения диагоналей и точка пересечения боковых сторон трапеции лежат на одной прямой.

3. Точки K, L на сторонах BC, AC соответственно треугольника ABC таковы, что $BK : KC = 1 : 3$, $AL : LC = 2 : 5$. Отрезки BL и AK пересекаются в точке O . Найдите $AO : OK$.

4. AA_1 и BB_1 – высоты (а) остроугольного; (б) тупоугольного треугольника ABC . Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику A_1B_1C .

5. Точки M и N лежат на сторонах соответственно AB и AD параллелограмма $ABCD$, причём $AM : MB = 1 : 2$, $AN : ND = 3 : 2$. Отрезки DM и CN пересекаются в точке K . Найдите $DK : KM$.

6. Дан треугольник ABC такой, что $\angle A = 2\angle B$. Докажите, что $a^2 = b^2 + bc$.

Для самостоятельного решения

7. Каждая сторона выпуклого четырёхугольника разделена на три равные части. Соответствующие точки деления на противоположных сторонах соединены отрезками. Докажите, что эти отрезки делят друг друга на три равные части.

8. Точки D, E и F – середины сторон BC, CA и AB треугольника ABC соответственно. Докажите, что если $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$, то $\angle DAC = \angle EFC$.