Площадь-2.

1. AL — биссектриса треугольника ABC. Докажите, что $BL/CL = AB/AC$.

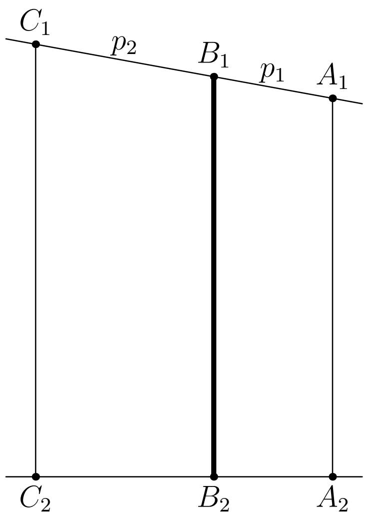
2. Даны треугольники ABC_1 и ABC_2. Пусть прямая C_1C_2 пересекает прямую AB в точке K. Докажите, что $S(ABC_1)/S(ABC_2) = C_1K/C_2K$ (хотя бы в одной конфигурации).

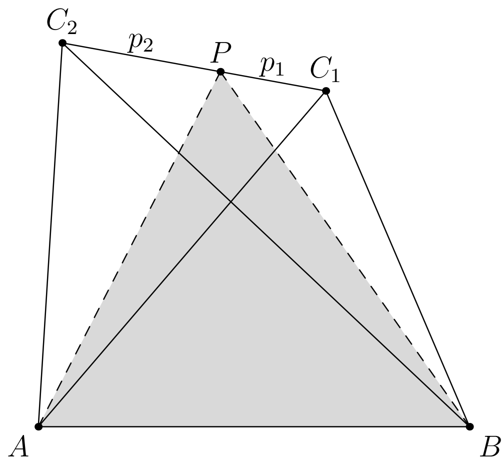
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ лучи AB и DC пересекаются в точке K. На биссектрисе угла AKD нашлась точка P такая, что прямые BP и CP делят пополам отрезки AC и BD соответственно. Докажите, что $AB = CD$.

4. Точка E — середина стороны CD четырёхугольника $ABCD$. Известно, что площадь треугольника ABE составляет половину площади $ABCD$. Докажите, что какие-то две стороны четырёхугольника параллельны.

5. На картинке докажите, что $B_1B_2 = \frac{p_2}{p_1+p_2}A_1A_2 + \frac{p_1}{p_1+p_2}C_1C_2$.

6. На картинке докажите, что $S(ABP) = \frac{p_2}{p_1+p_2}S(ABC_1) + \frac{p_1}{p_1+p_2}S(ABC_2)$.





7. Точки K и L — середины сторон AB и CD четырёхугольника $ABCD$, отрезки DK и AL пересекаются в точке P, а отрезки CK и BL — в точке Q. Докажите, что сумма площадей треугольников APD и BQC равна площади четырёхугольника $PKQL$.

Для самостоятельного решения

8. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O. Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD.

9. На стороне AB четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки K и L так, что $AK = KL = LB$. На стороне CD выбраны точки M и N так, что $CM = MN = ND$. Докажите, что $S(KLNM) = \frac{1}{3}S(ABCD)$.