9 класс, делимость биномиальных коэффициентов,

9 июля

Делимость на простые числа.

6. а) Докажите, что при простом *p* $C_{pk}^{pl} \equiv C_k^l$ (mod *p*);

б) Докажите, что при простом *p* $C_{pk+b}^{pl+a} \equiv C_k^l \cdot C_b^a$ (mod *p*).

Придумайте доказательство через треугольник Паскаля по mod *p* и через многочлены.

7. а) Для того, чтобы все биномиальные коэффициенты C_n^k, $0<k<n$, делились на *p*, необходимо и достаточно, чтобы $n = p^a$, $a \in \mathbb{N}$;

б) Для того, чтобы все биномиальные коэффициенты C_n^k, $0 \le k \le n$, не делились на *p*, необходимо и достаточно, чтобы $n+1$ делилось на p^a, $a \in \mathbb{N}$ (что это означает в терминах *p*-ичной записи числа *n*)?

Делимость на что угодно

8.Найдите остаток от деления числа C_{2p}^p на p^2.

9. Докажите, что $C_{2p}^p - 2$ делится на p^3 при $p \ge 5$.

10. Докажите, что $C_{np}^p \equiv n$ (mod p^2) при любом натуральном *n* и любом простом *p*.

11. Докажите, что число C_{2n}^n делится на $n+1$ при любом натуральном *n*.

Тридцать третья Летняя Многопредметная Школа Кировской области
Вишкиль. 3-28 июля 2017 года.

9 класс, делимость биномиальных коэффициентов,

9 июля

Делимость на простые числа.

6. а) Докажите, что при простом *p* $C_{pk}^{pl} \equiv C_k^l$ (mod *p*);

б) Докажите, что при простом *p* $C_{pk+b}^{pl+a} \equiv C_k^l \cdot C_b^a$ (mod *p*).

Придумайте доказательство через треугольник Паскаля по mod *p* и через многочлены.

7. а) Для того, чтобы все биномиальные коэффициенты C_n^k, $0<k<n$, делились на *p*, необходимо и достаточно, чтобы $n = p^a$, $a \in \mathbb{N}$;

б) Для того, чтобы все биномиальные коэффициенты C_n^k, $0 \le k \le n$, не делились на *p*, необходимо и достаточно, чтобы $n+1$ делилось на p^a, $a \in \mathbb{N}$ (что это означает в терминах *p*-ичной записи числа *n*)?

Делимость на что угодно

8.Найдите остаток от деления числа C_{2p}^p на p^2.

9. Докажите, что $C_{2p}^p - 2$ делится на p^3 при $p \ge 5$.

10. Докажите, что $C_{np}^p \equiv n$ (mod p^2) при любом натуральном *n* и любом простом *p*.

11. Докажите, что число C_{2n}^n делится на $n+1$ при любом натуральном *n*.