9 класс, композиция симметрий, 7 июля

9. Докажите, что

а) ограниченная фигура не может иметь двух параллельных осей симметрии;

б) все оси симметрии ограниченной фигуры проходят через одну точку;

в) ограниченная фигура не может иметь двух центров симметрии;

г) если ограниченная фигура имеет четное число осей симметрии, то она имеет центр симметрии.

10. а) Даны середины сторон $(2n+1)$-угольника. Постройте его вершины. **б)** исследуйте, что будет в случае четноугольника.

11. Доказать, что если точку отразить симметрично относительно O_1, O_2, O_3, а затем еще раз отразить симметрично относительно этих же точек, то она вернется на место.

12. Найдите композицию четырех центральных симметрий относительно последовательно взятых вершин параллелограмма.

13. Вписанная окружность касается сторон треугольника ABC в точках A_1, B_1 и C_1; точки A_2, B_2 и C_2 симметричны этим точкам относительно биссектрис соответствующих углов треугольника. Докажите, что $A_2B_2 \| AB$.

14. Для произвольной точки M описанной окружности треугольника ABC построены симметричные ей точки относительно прямых, содержащих стороны этого треугольника. Доказать, что эти образы будут лежать на одной прямой, проходящей через ортоцентр треугольника.

15. Даны два равных противоположно ориентированных правильных треугольника ABC и $A_1B_1C_1$.

а) Какие движения могут отобразить один треугольник на другой? Сколько их?

б) докажите, что оси всех переносных симметрий, каждая из которых отображает первый треугольник на другой, пересекаются в одной точке.

16. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$, диагонали которого перпендикулярны и пересекаются в точке M. Точки P и Q – середины сторон AB и CD. Докажите, что композиция $Z_Q \circ Z_M \circ Z_p$ отображает данную окружность на себя.

Тридцать третья Летняя Многопредметная Школа Кировской области
Вишкиль. 3-28 июля 2017 года.

9 класс, композиция симметрий, 7 июля

9. Докажите, что

а) ограниченная фигура не может иметь двух параллельных осей симметрии;

б) все оси симметрии ограниченной фигуры проходят через одну точку;

в) ограниченная фигура не может иметь двух центров симметрии;

г) если ограниченная фигура имеет четное число осей симметрии, то она имеет центр симметрии.

10. а) Даны середины сторон $(2n+1)$-угольника. Постройте его вершины. **б)** исследуйте, что будет в случае четноугольника.

11. Доказать, что если точку отразить симметрично относительно O_1, O_2, O_3, а затем еще раз отразить симметрично относительно этих же точек, то она вернется на место.

12. Найдите композицию четырех центральных симметрий относительно последовательно взятых вершин параллелограмма.

13. Вписанная окружность касается сторон треугольника ABC в точках A_1, B_1 и C_1; точки A_2, B_2 и C_2 симметричны этим точкам относительно биссектрис соответствующих углов треугольника. Докажите, что $A_2B_2 \| AB$.

14. Для произвольной точки M описанной окружности треугольника ABC построены симметричные ей точки относительно прямых, содержащих стороны этого треугольника. Доказать, что эти образы будут лежать на одной прямой, проходящей через ортоцентр треугольника.

15. Даны два равных противоположно ориентированных правильных треугольника ABC и $A_1B_1C_1$.

а) Какие движения могут отобразить один треугольник на другой? Сколько их?

б) докажите, что оси всех переносных симметрий, каждая из которых отображает первый треугольник на другой, пересекаются в одной точке.

16. В окружность вписан четырехугольник $ABCD$, диагонали которого перпендикулярны и пересекаются в точке M. Точки P и Q – середины сторон AB и CD. Докажите, что композиция $Z_Q \circ Z_M \circ Z_p$ отображает данную окружность на себя.