

9 класс, делимость биномиальных коэффициентов, 6 июля

Делимость на простые числа.

1. а) Докажите, что p -тая строчка треугольника Паскаля по $\text{mod } p$ имеет вид 100...01;
б) Докажите, что $C_{p-1}^k \equiv (-1)^k \pmod{p}$
2. Докажите, что число $C_{2n}^n \equiv (-4)^n C_{\frac{p-1}{2}}^n \pmod{p}$ при $n \leq \frac{p-1}{2}$.
3. Рассмотрим первые 3^k строки треугольника Паскаля. Докажите, что там $0,5(6^k+4^k)$ чисел дают остаток 1 по $\text{mod } 3$ и $0,5(6^k-4^k)$ чисел дают остаток 2 по $\text{mod } 3$.
4. Найдите число ненулевых элементов в первых p^k строках треугольника Паскаля $\text{mod } p$.
5. Докажите, что в n -ной строке количество чисел, НЕ кратных p , равно Докажите, что количество ненулевых элементов в n -й строке p -арифметического треугольника Паскаля равно $\prod_{i=0}^d (n_i + 1)$, где $n = n_0 + n_1 p + n_2 p^2 + \dots + n_d p^d$ (разложение в p -ичной системе счисления).

9 класс, делимость биномиальных коэффициентов, 6 июля

Делимость на простые числа.

1. а) Докажите, что p -тая строчка треугольника Паскаля по $\text{mod } p$ имеет вид 100...01;
б) Докажите, что $C_{p-1}^k \equiv (-1)^k \pmod{p}$
2. Докажите, что число $C_{2n}^n \equiv (-4)^n C_{\frac{p-1}{2}}^n \pmod{p}$ при $n \leq \frac{p-1}{2}$.
3. Рассмотрим первые 3^k строки треугольника Паскаля. Докажите, что там $0,5(6^k+4^k)$ чисел дают остаток 1 по $\text{mod } 3$ и $0,5(6^k-4^k)$ чисел дают остаток 2 по $\text{mod } 3$.
4. Найдите число ненулевых элементов в первых p^k строках треугольника Паскаля $\text{mod } p$.
5. Докажите, что в n -ной строке количество чисел, НЕ кратных p , равно Докажите, что количество ненулевых элементов в n -й строке p -арифметического треугольника Паскаля равно $\prod_{i=0}^d (n_i + 1)$, где $n = n_0 + n_1 p + n_2 p^2 + \dots + n_d p^d$ (разложение в p -ичной системе счисления).

9 класс, делимость биномиальных коэффициентов, 6 июля

Делимость на простые числа.

1. а) Докажите, что p -тая строчка треугольника Паскаля по $\text{mod } p$ имеет вид 100...01;
б) Докажите, что $C_{p-1}^k \equiv (-1)^k \pmod{p}$
2. Докажите, что число $C_{2n}^n \equiv (-4)^n C_{\frac{p-1}{2}}^n \pmod{p}$ при $n \leq \frac{p-1}{2}$.
3. Рассмотрим первые 3^k строки треугольника Паскаля. Докажите, что там $0,5(6^k+4^k)$ чисел дают остаток 1 по $\text{mod } 3$ и $0,5(6^k-4^k)$ чисел дают остаток 2 по $\text{mod } 3$.
4. Найдите число ненулевых элементов в первых p^k строках треугольника Паскаля $\text{mod } p$.
5. Докажите, что в n -ной строке количество чисел, НЕ кратных p , равно Докажите, что количество ненулевых элементов в n -й строке p -арифметического треугольника Паскаля равно $\prod_{i=0}^d (n_i + 1)$, где $n = n_0 + n_1 p + n_2 p^2 + \dots + n_d p^d$ (разложение в p -ичной системе счисления).

9 класс, делимость биномиальных коэффициентов, 6 июля

Делимость на простые числа.

1. а) Докажите, что p -тая строчка треугольника Паскаля по $\text{mod } p$ имеет вид 100...01;
б) Докажите, что $C_{p-1}^k \equiv (-1)^k \pmod{p}$
2. Докажите, что число $C_{2n}^n \equiv (-4)^n C_{\frac{p-1}{2}}^n \pmod{p}$ при $n \leq \frac{p-1}{2}$.
3. Рассмотрим первые 3^k строки треугольника Паскаля. Докажите, что там $0,5(6^k+4^k)$ чисел дают остаток 1 по $\text{mod } 3$ и $0,5(6^k-4^k)$ чисел дают остаток 2 по $\text{mod } 3$.
4. Найдите число ненулевых элементов в первых p^k строках треугольника Паскаля $\text{mod } p$.
5. Докажите, что в n -ной строке количество чисел, НЕ кратных p , равно Докажите, что количество ненулевых элементов в n -й строке p -арифметического треугольника Паскаля равно $\prod_{i=0}^d (n_i + 1)$, где $n = n_0 + n_1 p + n_2 p^2 + \dots + n_d p^d$ (разложение в p -ичной системе счисления).