

9 класс, композиции поворотов, 6 июля

1. На сторонах AB и BC треугольника ABC внешним образом построены квадраты $ABMN$ и $BCPQ$. а) Пусть D – середина NP . Докажите, что треугольник ACD равнобедренный и прямоугольный. б) Пусть O_1 и O_2 – центры квадратов, а T и S – середины MQ и CA . Докажите, что TO_1SO_2 квадрат.

2. **Теорема Наполеона.** Докажите, что центры правильных треугольников, построенных на сторонах произвольного треугольника вне его, являются вершинами равностороннего треугольника.

3. На двух противоположных сторонах выпуклого четырехугольника как на гипотенузах построены во внутреннюю сторону два равнобедренных прямоугольных треугольника. Оказалось, что они имеют общую вершину. Докажите, что если аналогичные треугольники построить на двух других сторонах, то и они будут иметь общую вершину.

4. Две окружности пересекаются в точках A и B . Прямая l проходит через A и вторично пересекает окружности в точках C и D . Точки M и N – середины дуг BC и BD соответственно, а K – середина отрезка CD . Докажите, что $\angle MKN = 90^\circ$.

5. На сторонах треугольника ABC построены внешним образом правильные треугольники BCA_1 и CAB_1 , а также внутренним образом – правильный треугольник ABC_1 . Пусть S – центр треугольника ABC_1 . Найдите углы треугольника A_1SB_1 .

6. На сторонах AB и BC треугольника ABC построены внешним образом правильные треугольники ABP и BCQ . Докажите, что середины отрезков BP , BQ и AC являются вершинами правильного треугольника.

7. На сторонах AB , BC , CA треугольника ABC построены квадраты с центрами O_1 , O_2 , O_3 соответственно. Докажите, что отрезки O_1O_2 и O_3B равны и перпендикулярны.

8. На сторонах четырехугольника построены квадраты. Докажите, что их центры образуют четырехугольник, диагонали которого равны и перпендикулярны.

9 класс, композиции поворотов, 6 июля

1. На сторонах AB и BC треугольника ABC внешним образом построены квадраты $ABMN$ и $BCPQ$. а) Пусть D – середина NP . Докажите, что треугольник ACD равнобедренный и прямоугольный. б) Пусть O_1 и O_2 – центры квадратов, а T и S – середины MQ и CA . Докажите, что TO_1SO_2 квадрат.

2. **Теорема Наполеона.** Докажите, что центры правильных треугольников, построенных на сторонах произвольного треугольника вне его, являются вершинами равностороннего треугольника.

3. На двух противоположных сторонах выпуклого четырехугольника как на гипотенузах построены во внутреннюю сторону два равнобедренных прямоугольных треугольника. Оказалось, что они имеют общую вершину. Докажите, что если аналогичные треугольники построить на двух других сторонах, то и они будут иметь общую вершину.

4. Две окружности пересекаются в точках A и B . Прямая l проходит через A и вторично пересекает окружности в точках C и D . Точки M и N – середины дуг BC и BD соответственно, а K – середина отрезка CD . Докажите, что $\angle MKN = 90^\circ$.

5. На сторонах треугольника ABC построены внешним образом правильные треугольники BCA_1 и CAB_1 , а также внутренним образом – правильный треугольник ABC_1 . Пусть S – центр треугольника ABC_1 . Найдите углы треугольника A_1SB_1 .

6. На сторонах AB и BC треугольника ABC построены внешним образом правильные треугольники ABP и BCQ . Докажите, что середины отрезков BP , BQ и AC являются вершинами правильного треугольника.

7. На сторонах AB , BC , CA треугольника ABC построены квадраты с центрами O_1 , O_2 , O_3 соответственно. Докажите, что отрезки O_1O_2 и O_3B равны и перпендикулярны.

8. На сторонах четырехугольника построены квадраты. Докажите, что их центры образуют четырехугольник, диагонали которого равны и перпендикулярны.