

Делимость добавка

1. (a) Докажите, что число $100!$ не является точным квадратом. (b) Можно ли в произведении $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$ вычеркнуть один из факториалов так, чтобы полученное число являлось точным квадратом?

2. Все натуральные делители числа n удалось разбить на пары так, что сумма делителей в каждой паре – простое число. Докажите, что все эти простые числа различны.

3. Натуральное число n называется особенным, если его можно записать в виде $n = a^b + b$ с натуральными $a, b > 1$. Существуют ли 102 последовательных натуральных числа, среди которых ровно 100 особенных?

4. Натуральное число n назовём суперсоставным, если квадрат каждого его простого делителя меньше n . Докажите, что существует бесконечно много троек последовательных суперсоставных чисел.

Делимость добавка

1. (a) Докажите, что число $100!$ не является точным квадратом. (b) Можно ли в произведении $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$ вычеркнуть один из факториалов так, чтобы полученное число являлось точным квадратом?

2. Все натуральные делители числа n удалось разбить на пары так, что сумма делителей в каждой паре – простое число. Докажите, что все эти простые числа различны.

3. Натуральное число n называется особенным, если его можно записать в виде $n = a^b + b$ с натуральными $a, b > 1$. Существуют ли 102 последовательных натуральных числа, среди которых ровно 100 особенных?

4. Натуральное число n назовём суперсоставным, если квадрат каждого его простого делителя меньше n . Докажите, что существует бесконечно много троек последовательных суперсоставных чисел.