

Делимость-1

03 июля

Определения. Говорят, что число a *делится* на число b (или a кратно b , или b делитель a), если существует такое целое число q , что $a = b \cdot q$. Обозначение: $a : b$, $b|a$.

Натуральное число, отличное от 1, называется *простым*, если оно имеет ровно два натуральных делителя. Натуральное число, имеющее более двух натуральных делителей, называется *составным*.

Замечание. Число 1 не является ни простым, ни составным числом.

1. Может ли произведение квадрата и куба некоторого натурального числа, большего единицы, быть шестой степенью натурального числа?
2. Двухзначное число n такое, что число $n + 10!$ — простое. Докажите, что число n тоже простое.
3. На доске написаны 5 простых чисел, каждое из которых больше 2025. Докажите, что разность между какими-то двумя выписанными числами делится на 10.
4. Федя хочет из чисел $1, 2, 3, \dots, 2024$ вычеркнуть наименьшее возможное количество так, чтобы произведение оставшихся чисел не делилось на 2024. Сколько чисел ему придется вычеркнуть?
5. Известно, что $28a + 30b$ делится на 13. Верно ли, что тогда и $15a + 56b$ тоже делится на 13?
6. Дмитрий Николаевич написал на доске двухзначное число и спросил шестиклассников по очереди, делится ли оно на 2? На 3? На 4? ... на 9? На все восемь вопросов дети ответили правильно, при этом ответов «да» и «нет» было поровну.
 - а) Можно ли восстановить ответ хотя бы на один вопрос, не зная самого числа?
 - б) А хотя бы на два вопроса?
7. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых нескольких первых чисел делится на следующее за ними число. Первое записанное число — 37, второе — 1. Какое третье?
8. Дмитрий Николаевич, в очередной раз, написал на доске на этот раз длинное число и попросил 40 своих учеников рассказать про его делители. Первый ученик сказал: «Написанное число делится на 2». Второй ученик сказал: «Написанное число делится на 3». Третий ученик сказал: «Написанное число делится на 4». . . . Сороковой ученик сказал: «Написанное число делится на 41». Оказалось, что ровно два ученика ошиблись, причем они стоят подряд. Определите, кто из учеников ошибся.
9. У натурального числа n выписали все его делители, затем у каждого из этих делителей посчитали сумму цифр. Оказалось, что среди этих сумм нашлись все числа от 1 до 9. Найдите наименьшее возможное значение числа n .

Делимость-1

03 июля

Определения. Говорят, что число a *делится* на число b (или a кратно b , или b делитель a), если существует такое целое число q , что $a = b \cdot q$. Обозначение: $a : b$, $b|a$.

Натуральное число, отличное от 1, называется *простым*, если оно имеет ровно два натуральных делителя. Натуральное число, имеющее более двух натуральных делителей, называется *составным*.

Замечание. Число 1 не является ни простым, ни составным числом.

1. Может ли произведение квадрата и куба некоторого натурального числа, большего единицы, быть шестой степенью натурального числа?
2. Двухзначное число n такое, что число $n + 10!$ — простое. Докажите, что число n тоже простое.
3. На доске написаны 5 простых чисел, каждое из которых больше 2025. Докажите, что разность между какими-то двумя выписанными числами делится на 10.
4. Федя хочет из чисел $1, 2, 3, \dots, 2024$ вычеркнуть наименьшее возможное количество так, чтобы произведение оставшихся чисел не делилось на 2024. Сколько чисел ему придется вычеркнуть?
5. Известно, что $28a + 30b$ делится на 13. Верно ли, что тогда и $15a + 56b$ тоже делится на 13?
6. Дмитрий Николаевич написал на доске двухзначное число и спросил шестиклассников по очереди, делится ли оно на 2? На 3? На 4? ... на 9? На все восемь вопросов дети ответили правильно, при этом ответов «да» и «нет» было поровну.
 - а) Можно ли восстановить ответ хотя бы на один вопрос, не зная самого числа?
 - б) А хотя бы на два вопроса?
7. Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых нескольких первых чисел делится на следующее за ними число. Первое записанное число — 37, второе — 1. Какое третье?
8. Дмитрий Николаевич, в очередной раз, написал на доске на этот раз длинное число и попросил 40 своих учеников рассказать про его делители. Первый ученик сказал: «Написанное число делится на 2». Второй ученик сказал: «Написанное число делится на 3». Третий ученик сказал: «Написанное число делится на 4». . . . Сороковой ученик сказал: «Написанное число делится на 41». Оказалось, что ровно два ученика ошиблись, причем они стоят подряд. Определите, кто из учеников ошибся.
9. У натурального числа n выписали все его делители, затем у каждого из этих делителей посчитали сумму цифр. Оказалось, что среди этих сумм нашлись все числа от 1 до 9. Найдите наименьшее возможное значение числа n .