

## Раскраски

**Примеры. 1.** В ряд стоят 40 шестиклассников. Кирилл Вячеславович выбирает двух школьников, стоящих через одного, и меняет их местами. Он хочет переставить детей в обратном порядке. Получится ли у него выполнить свое желание?

2. Из шахматной доски вырезали клетки  $a1$  и  $h8$ . Возможно ли оставшуюся доску разбить на доминошки?

3. Возможно ли замостить квадрат  $6 \times 6$  замостить Г-тетрамино?

1. Можно ли из 13 кирпичей  $1 \times 1 \times 2$  сложить куб  $3 \times 3 \times 3$  с дыркой  $1 \times 1 \times 1$  в центре?

2. На столе лежат 100 карточек с числами. Андрей и Дима по очереди берут карточку с одного из краев ряда. Когда карточки разобраны каждый мальчик вычисляет сумму на своих карточках. Докажите, что Андрей, который начинает ходить, сможет получить в конце сумму не меньше, чем Дима.

3. Квадрат  $1000 \times 1000$  заполняют числами от 1 до миллиона: в какой-то клетке пишут 1, в соседней по стороне клетке — 2, в соседней по стороне с числом 2 пишут 3, и т.д. Андрей вырезал четырёхклеточную фигурку, сумма чисел в которой равна 2025. Какую форму имеет эта четырёхклеточная фигура?

4. Концы  $N$  хорд разделили окружность на  $2N$  дуг единичной длины. Известно, что каждая из хорд делит окружность на две дуги чётной длины. Докажите, что число  $N$  чётно.

5. На каждой клетке доски размером  $9 \times 9$  сидит жук. По свистку каждый из жуков переползает в одну из соседних по диагонали клеток. При этом в некоторых клетках может оказаться больше одного жука, а некоторые клетки окажутся незанятыми. Докажите, что при этом незанятых клеток будет не меньше 9.

6. На клетчатом листке выбрано 2024 клеток. Докажите, что можно выбрать 506 из них так, чтобы никакие две клетки не были соседями по стороне или углу.

7. Некоторую фигурку сложили из прямоугольничков  $1 \times 9$  и квадратов  $3 \times 3$ . Один прямоугольничек из этого набора потеряли и заменили на квадрат. Докажите, что теперь ту же фигуру сложить не получится.

8. По кругу расставлены 12 лампочек. Разрешается одновременно поменять положение трех подряд идущих (включить выключенные и наоборот). Докажите, что если изначально горела ровно одна лампочка, то только такими операциями нельзя зажечь их все одновременно.

9. В квадрате  $7 \times 7$  клеток размещено 16 плиток размером  $1 \times 3$  и одна плитка  $1 \times 1$ . Докажите, что плитка  $1 \times 1$  либо лежит в центре, либо примыкает к границам квадрата.

10. Квадрат  $11 \times 11$  разрезали на Z-тетрамино и единичные квадратики. Какое наименьшее число единичных квадратиков может быть в таком разрезании?

11. Хромая ладья обошла всю шахматную доску по замкнутому маршруту, побывав на каждой клетке ровно по разу. Докажите, что число ходов по горизонтали не равно числу ходов по вертикали.

## Раскраски

**Примеры. 1.** В ряд стоят 40 шестиклассников. Кирилл Вячеславович выбирает двух школьников, стоящих через одного, и меняет их местами. Он хочет переставить детей в обратном порядке. Получится ли у него выполнить свое желание?

2. Из шахматной доски вырезали клетки  $a1$  и  $h8$ . Возможно ли оставшуюся доску разбить на доминошки?

3. Возможно ли замостить квадрат  $6 \times 6$  замостить  $\Gamma$ -тетрамино?

1. Можно ли из 13 кирпичей  $1 \times 1 \times 2$  сложить куб  $3 \times 3 \times 3$  с дыркой  $1 \times 1 \times 1$  в центре?

2. На столе лежат 100 карточек с числами. Андрей и Дима по очереди берут карточку с одного из краев ряда. Когда карточки разобраны каждый мальчик вычисляет сумму на своих карточках. Докажите, что Андрей, который начинает ходить, сможет получить в конце сумму не меньше, чем Дима.

3. Квадрат  $1000 \times 1000$  заполняют числами от 1 до миллиона: в какой-то клетке пишут 1, в соседней по стороне клетке — 2, в соседней по стороне с числом 2 пишут 3, и т.д. Андрей вырезал четырёхклеточную фигурку, сумма чисел в которой равна 2025. Какую форму имеет эта четырёхклеточная фигура?

4. Концы  $N$  хорд разделили окружность на  $2N$  дуг единичной длины. Известно, что каждая из хорд делит окружность на две дуги чётной длины. Докажите, что число  $N$  чётно.

5. На каждой клетке доски размером  $9 \times 9$  сидит жук. По свистку каждый из жуков переползает в одну из соседних по диагонали клеток. При этом в некоторых клетках может оказаться больше одного жука, а некоторые клетки окажутся незанятыми. Докажите, что при этом незанятых клеток будет не меньше 9.

6. На клетчатом листке выбрано 2024 клеток. Докажите, что можно выбрать 506 из них так, чтобы никакие две клетки не были соседями по стороне или углу.

7. Некоторую фигурку сложили из прямоугольничков  $1 \times 9$  и квадратов  $3 \times 3$ . Один прямоугольничек из этого набора потеряли и заменили на квадрат. Докажите, что теперь ту же фигуру сложить не получится.

8. По кругу расставлены 12 лампочек. Разрешается одновременно поменять положение трех подряд идущих (включить выключенные и наоборот). Докажите, что если изначально горела ровно одна лампочка, то только такими операциями нельзя зажечь их все одновременно.

9. В квадрате  $7 \times 7$  клеток размещено 16 плиток размером  $1 \times 3$  и одна плитка  $1 \times 1$ . Докажите, что плитка  $1 \times 1$  либо лежит в центре, либо примыкает к границам квадрата.

10. Квадрат  $11 \times 11$  разрезали на  $Z$ -тетрамино и единичные квадратики. Какое наименьшее число единичных квадратиков может быть в таком разрезании?

11. Хромая ладья обошла всю шахматную доску по замкнутому маршруту, побывав на каждой клетке ровно по разу. Докажите, что число ходов по горизонтали не равно числу ходов по вертикали.