

Серия 25. Взвешивания

18 июля

0.1. Дано (а) 27; (б) 28 монет, из которых одна фальшивая, причём фальшивая монета легче настоящей. За какое наименьшее число взвешиваний можно определить фальшивую монету?

1. Среди восьми монет, возможно, есть одна легкая фальшивая монета. За какое наименьшее число взвешиваний можно найти фальшивую монету или доказать, что такой нет?

2. В ряд лежат 100 внешне одинаковых монет. Среди них ровно 26 фальшивых, причём они лежат подряд. Настоящие монеты весят одинаково, фальшивые — не обязательно одинаково, но они легче настоящих. Как за одно взвешивание на двухчашечных весах без гирь найти хотя бы одну фальшивую монету?

3. Среди пяти внешне одинаковых монет 3 настоящие и две фальшивые, одинаковые по весу, но неизвестно, тяжелее или легче настоящих. Как за наименьшее число взвешиваний найти хотя бы одну настоящую монету?

4. Геологи взяли в экспедицию 80 банок консервов, веса которых все известны и различны (имеется список). Через некоторое время надписи на консервах стали нечитаемыми, и только завхоз знает, где что. Он может это всем доказать (то есть обосновать, что в какой банке находится), не вскрывая консервов и пользуясь только сохранившимся списком и двухчашечными весами со стрелкой, показывающей разницу весов. Докажите, что для этой цели ему а) достаточно четырёх взвешиваний и б) недостаточно трёх.

5. В клетчатом квадрате 8×8 закрашено 25 клеток, образующих квадрат 5×5 . Разрешается выбрать любую клетку квадрата 8×8 и спросить, закрашена ли она. За какое наименьшее число таких вопросов можно наверняка определить, какие клетки закрашены?

6. Есть четыре гири — 1, 2, 3 и 4 грамма. Одна из них — дефектная (легче или тяжелее того веса, который на ней написан). Можно ли определить эту гирю за 2 взвешивания, и определить, легче она или тяжелее?

7. У математика есть 19 различных гирь, массы которых в килограммах равны 2, 3, 4, ..., 20, и волшебные двухчашечные весы, которые не суммируют веса гирь на одной чаше, а перемножают. Он положил несколько гирь на весы так, что установилось равновесие. Какое наибольшее число гирь могло оказаться на весах?

8. Есть семь пронумерованных монет, причем одна из них — фальшивая. Известно, что 1 и 2 — не тяжелее настоящей, а 5, 6 и 7 — не легче. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету и установить, легче она или тяжелее?

9. На витрине ювелирного магазина лежат 15 бриллиантов. Рядом с ними стоят таблички с указанием масс, на которых написано 1, 2, ..., 15 карат. У продавца есть чашечные весы и четыре гири массами 1, 2, 4 и 8 карат. Покупателю разрешается только один тип взвешиваний: положить один из бриллиантов на одну чашу весов, а гири — на другую и убедиться, что масса на соответствующей табличке указана верно. Однако за каждую взятую гирю нужно заплатить продавцу 100 монет. Если гиря снимается с весов и в следующем взвешивании не участвует, продавец забирает её. Какую наименьшую сумму придётся заплатить, чтобы проверить массы всех бриллиантов?