

ЗакОл

Довывод

1. Вася написал на доске трёхзначное число. Петя заметил, что у этого числа одинаковые остатки от деления на 8 и 15. А Маша заметила, что его последняя цифра равна сумме первых двух. Какое число мог написать Вася? Найдите все варианты и докажите, что других нет.

2. В коробке лежит несколько книг общей стоимостью 1000 рублей. Известно, что их можно разделить на 5, а можно и на 8 равных по стоимости пачек. Какую наибольшую стоимость может иметь самая дешевая книга?

3. На доске записано число 2023^{2025} . Каждую минуту последняя цифра числа запоминается, затем стирается и умноженная на 5 прибавляется к тому числу, что осталось на доске после стирания. Докажите, что с некоторого шага будет получаться одно и то же число и найдите это число.

4. Артём придумал новую шахматную фигуру «сигма-король», который по горизонтали и вертикали бьёт вторую, а не первую по счёту клетку. Какое наибольшее количество попарно не бьющих друг друга сигма-королей можно разместить на шахматной доске 8×8 ?

5. Империя Горных гномов состоит из семи королевств, в каждом из королевств гномы добывают золото и алмазы. Верно ли, что всегда можно выбрать такие четыре королевства, которые производят не менее 50% золота и не менее 50% алмазов (от общего производства в империи)?

Вывод

6. Назовём словом любую последовательность букв. Со словами разрешается проделывать следующие операции: 1) удалить первую букву слова; 2) удалить последнюю букву слова; 3) добавить копию слова после него. Например, если исходное слово — ABC, применение операций даст BC, AB и ABCABC соответственно. Верно ли, что с помощью таких операций можно в любом слове переставить буквы в любом порядке?

7. Докажите, что в любой компании из $2n$ человек есть двое с четным числом общих знакомых. Любые двое или знакомы или не знакомы.

8. Может ли куб натурального числа в конце своей десятичной записи иметь 2025 единиц?

ЗакОл

Довывод

1. Вася написал на доске трёхзначное число. Петя заметил, что у этого числа одинаковые остатки от деления на 8 и 15. А Маша заметила, что его последняя цифра равна сумме первых двух. Какое число мог написать Вася? Найдите все варианты и докажите, что других нет.

2. В коробке лежит несколько книг общей стоимостью 1000 рублей. Известно, что их можно разделить на 5, а можно и на 8 равных по стоимости пачек. Какую наибольшую стоимость может иметь самая дешевая книга?

3. На доске записано число 2023^{2025} . Каждую минуту последняя цифра числа запоминается, затем стирается и умноженная на 5 прибавляется к тому числу, что осталось на доске после стирания. Докажите, что с некоторого шага будет получаться одно и то же число и найдите это число.

4. Артём придумал новую шахматную фигуру «сигма-король», который по горизонтали и вертикали бьёт вторую, а не первую по счёту клетку. Какое наибольшее количество попарно не бьющих друг друга сигма-королей можно разместить на шахматной доске 8×8 ?

5. Империя Горных гномов состоит из семи королевств, в каждом из королевств гномы добывают золото и алмазы. Верно ли, что всегда можно выбрать такие четыре королевства, которые производят не менее 50% золота и не менее 50% алмазов (от общего производства в империи)?

Вывод

6. Назовём словом любую последовательность букв. Со словами разрешается проделывать следующие операции: 1) удалить первую букву слова; 2) удалить последнюю букву слова; 3) добавить копию слова после него. Например, если исходное слово — ABC, применение операций даст BC, AB и ABCABC соответственно. Верно ли, что с помощью таких операций можно в любом слове переставить буквы в любом порядке?

7. Докажите, что в любой компании из $2n$ человек есть двое с четным числом общих знакомых. Любые двое или знакомы или не знакомы.

8. Может ли куб натурального числа в конце своей десятичной записи иметь 2025 единиц?