

Разнойбой — 1

3 июля

1. Пусть H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC . Точка D на отрезке AB и точка E на отрезке AC таковы, что DE проходит через середину отрезка AH и $\angle DHE = 90^\circ$. Точка X на прямой DE такова, что $HX \parallel BC$. Докажите, что $\angle BXC = 90^\circ$.
2. Последовательность $n \geq a_1 > a_2 > \dots > a_k$ такова, что $\text{НОК}(a_i, a_{i+1}) \leq n$ для любого $1 \leq i < k$. Докажите, что для любого i выполняется $ia_i \leq n$.
3. У Степана Владимировича нашлось 2025 конфет 45 видов. Докажите, что он может раздать их 45 детям так, чтобы каждый ребёнок получил по 45 конфет, среди которых не найдётся трёх конфет разных видов.
4. На длинном столе в ряд лежат 2025 кучек по одному ореху. Лука и Олег ходят по очереди. За ход нужно найти две какие-нибудь соседние кучки, правая из которых не меньше левой, и объединить их в одну. Тот, кто делает последний ход, выигрывает. Кто может обеспечить себе победу вне зависимости от игры противника?

Разнойбой — 1

3 июля

1. Пусть H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC . Точка D на отрезке AB и точка E на отрезке AC таковы, что DE проходит через середину отрезка AH и $\angle DHE = 90^\circ$. Точка X на прямой DE такова, что $HX \parallel BC$. Докажите, что $\angle BXC = 90^\circ$.
2. Последовательность $n \geq a_1 > a_2 > \dots > a_k$ такова, что $\text{НОК}(a_i, a_{i+1}) \leq n$ для любого $1 \leq i < k$. Докажите, что для любого i выполняется $ia_i \leq n$.
3. У Степана Владимировича нашлось 2025 конфет 45 видов. Докажите, что он может раздать их 45 детям так, чтобы каждый ребёнок получил по 45 конфет, среди которых не найдётся трёх конфет разных видов.
4. На длинном столе в ряд лежат 2025 кучек по одному ореху. Лука и Олег ходят по очереди. За ход нужно найти две какие-нибудь соседние кучки, правая из которых не меньше левой, и объединить их в одну. Тот, кто делает последний ход, выигрывает. Кто может обеспечить себе победу вне зависимости от игры противника?