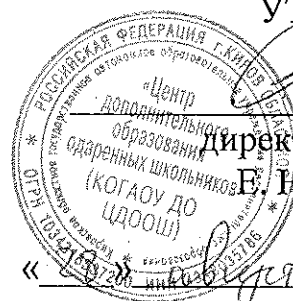


Кировское областное государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного образования детей  
«ЦЕНТР ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ОДАРЕННЫХ ШКОЛЬНИКОВ»

Принято на заседании  
Методического совета  
КОГАОУ ДО ЦДООШ  
« 13 » август 2020 г.



УТВЕРЖДАЮ

Директор ЦДООШ  
Е. И. Перминова

« 13 » август 2020 г.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ПРОГРАММА  
«МАТЕМАТИКА» (11 КЛАСС, ГРУППА «ПРОФИ»)**  
Срок реализации — 1 год.

АВТОР-СОСТАВИТЕЛЬ:

Е. М. Ковязина,  
педагог дополнительного образования, к. ф.-м. н.

РЕЦЕНЗЕНТ:

И.А. Семенова, методист ЦДООШ,  
педагог дополнительного образования

Киров  
2020

## **I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

### **Направленность**

Направленность данной общеобразовательной программы — естественнонаучная.

### **Актуальность, новизна, педагогическая целесообразность**

Практически на каждом рабочем месте сегодня необходимо умение ставить и решать различные задачи — технические, экономические, жизненные. Поэтому важнейшей целью образования является формирование математического мышления, которое включает в себя обобщение рассмотренных случаев, применение индукции, использование аналогии, раскрытие или выделение математического содержания в конкретной ситуации.

Многогранное развитие личности наилучшим образом реализуется именно в дополнительном образовании. При реализации данной программы дети, желающие получить дополнительное математическое образование (сверх определяемого государственным образовательным стандартом школьного), могут сделать это на занятиях математического кружка. Программа нацелена на получение дополнительных к полученным детьми в базовом компоненте в школе знаний, на помощь в раннем самоопределении, на реализацию себя, на осознанный выбор школьниками направления своего образования. Дети могут удовлетворять индивидуальные потребности, развивать творческий потенциал, адаптироваться в современном обществе и имеют возможность полноценной организации свободного времени.

### **Цели и задачи дополнительной общеобразовательной программы**

Обучение нацелено на развитие и поддержание интереса учащихся к математике, углубление теоретических знаний и практических навыков решения математических задач, формирование определенной познавательной деятельности, на качественную математическую подготовку к участию в турнирах, олимпиадах и других соревнованиях.

Цели реализации дополнительной образовательной программы «Математика» (11 класс, группа «ПРОФИ») — повышение логической культуры, расширение и углубление знаний и умений школьников, проявляющих интерес к математике, знакомство с начальными идеями изучаемой науки, обучение применению базовых школьных знаний к решению нестандартных задач, обучение школьников основам научного мышления.

Исходя из поставленных целей и организационных особенностей, ставятся следующие задачи кружка:

— образовательные: совершенствование и углубление полученных в школьном курсе математики знаний и умений, формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

— воспитательные: формирование элементов диалектико-

материалистического мировоззрения (научной картины мира), воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; воспитание ответственности, целеустремленности, настойчивости, внимательности, дисциплинированности и других качеств личности.

— развивающие: развитие познавательного интереса и стремления к самообразованию, развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе; развитие самостоятельности и творческих способностей учащихся.

### **Отличительные особенности данной общеобразовательной программы от уже существующих образовательных программ**

Программа кружка согласована с содержанием программы школьного курса математики. Она предполагает дальнейшее совершенствование учащимся уже усвоенных знаний и умений. Полученные ранее навыки решения задач отрабатываются для новых ситуаций.

При отборе содержания занятий кружка учитывается общий интеллектуальный уровень школьников. При этом необходимо иметь в виду индивидуальные особенности учащихся, в частности, подбираются более сложные задачи, которые предлагаются сильным ученикам.

Решение математических задач — один из основных методов обучения. При решении задач всех разделов математики главное внимание обращается на формирование умений решать задачи, на накопление опыта решения задач различной трудности. Содержание тем подобрано так, чтобы учащийся получал возможность эвристического решения, видел эволюцию фигуры, формулы, понимал, как различные детали способствуют окончательному результату, осознавал процесс в целом. С помощью решения задач создаются и решаются проблемные ситуации, формируются практические и интеллектуальные умения, сообщаются знания по истории математики.

Учебный материал изучается в основном по авторским разработкам, подготовленным специально для занятий данного кружка. Изучаемые вопросы выходят за рамки стандартной программы для общеобразовательных школ.

### **Формы и режим занятий**

Программа «Математика» (11 класс, группа «Профи») рассчитана на школьников 11 класса, которые занимаются два раза в неделю. Набор в кружок проводится по персональным приглашениям педагогов.

Работа кружка начинается в начале сентября и заканчивается не позднее 31 мая. Продолжительность занятий составляет 3 академических часа два раза в неделю (6 академических часов в неделю). На занятиях применяются коллективные и индивидуальные формы работы: постановка, решение и

обсуждение решения задач, подготовка к олимпиадам и т. д. Предполагается также выполнение домашних заданий по решению задач.

### **Ожидаемые результаты и способы определения их результативности**

Результатами занятий выступают повышение уровня знаний, развитие мыслительных процессов и умений учащихся, формирование воспитанности. Основными средствами диагностики являются самостоятельные работы учащихся, оцениваемые по рейтинговой системе оценки, внутрикружковые командные и личные соревнования, а также результаты участия школьников в турнирах и олимпиадах по математике. Система оценок определяется педагогом.

## **II. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

Тема	Кол-во часов
Теория чисел	24
Алгебра	24
Элементы математического анализа	30
Геометрия	48
Комбинаторика, вероятность и графы	30
Разнобои	36
<i>Итого</i>	192

## **III. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

1. *Теория чисел.* Квадратичные вычеты, символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Лемма об уточнении показателя и ее применение. Целые гауссовы числа. Разнобои по теории чисел.

2. *Алгебра.* Векторное пространство. Линейная зависимость и независимость систем векторов, базис. Рекуррентные последовательности. Пространство решений линейной рекурренты. Евклидово пространство. Приложения к решению задач. Группы. Подгруппы, теорема Лагранжа. Лемма Бернсайда. Многочлены. Методы математического анализа в исследовании многочленов. Круговые многочлены. Теорема Зигмонди. Функциональные уравнения и рекурренты.

3. *Элементы математического анализа.* Система вещественных чисел, супремум и инфимум. Последовательности. Предел последовательности. Число  $e$ . Предел функции в точке. Непрерывные функции. Функциональные уравнения, решаемые в непрерывных функциях. Теоремы Коши (о промежуточном значении) и Вейерштрасса. Производная. Теоремы Ролля и Лагранжа. Применение производной к доказательству неравенств. Некоторые специальные неравенства. Выпуклые функции и неравенство Йенсена. Интеграл. Теорема Ньютона-Лейбница. Ряд Тейлора. Асимптотика. Метрические пространства. Сходимость в метрических пространствах.

Сжимающие отображения.

4. *Геометрия.* Линейность в геометрии. Выпуклая оболочка. Теорема Хелли для прямой и плоскости. Теорема Хелли для бесконечного количества множеств. Комплексный счет в геометрии. Геометрические места точек в пространстве. Углы между прямыми и плоскостями в пространстве. Трехгранные и многогранные углы. Теоремы Чебы и Менелая для трехгранных углов. Свойства тетраэдров. Векторы в пространстве. Векторное произведение. Смешанное произведение. Теоремы Чебы и Менелая для триэдра. Неравенства, решаемые при помощи векторов. Стереометрические неравенства. Экстремальные задачи в пространстве. Центр масс и аффинная геометрия в пространстве. Разнобои по геометрии.

5. *Комбинаторика, вероятность и графы.* Раскраски графов. Теоремы о раскрасках вершин и ребер графов. Числа Рамсея для графов. Вероятность. Случайные величины и математическое ожидание. Вероятностный метод в комбинаторике (оценки чисел Рамсея, задачи о раскрасках графов и гиперграфов). Локальная лемма Ловаса. Разнобои по графам.

6. *Разнобои.* Задачи на применение всех изученных идей, задачи различных математических соревнований. Подготовка к математическим соревнованиям, в т.ч. к Всероссийской олимпиаде школьников по математике.

#### IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Формы организации занятий — беседа, дискуссия, решение и обсуждение задач, домашние письменные работы, математические соревнования, игровые формы (математическая перестрелка, математический хоккей, математическая Абака и др.). Занятия проводятся в форме непосредственного общения со школьниками, широко используется проблемное обучение. Реализуется индивидуальный подход к ученикам. На некоторых занятиях устраиваются математические бои, как внутригрупповые, так и со школьниками из кружков других классов.

Перечень необходимого оборудования и материалов для реализации программы: доска, мел, рабочие тетради школьников, наборы задач. Предполагается использование раздаточного материала с содержанием лекционного материала и условиями задач.

#### V. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акопян А. В. Геометрические свойства кривых второго порядка / А. В. Акопян, А. А. Заславский. — М.: МЦНМО, 2011. — 152 с.
2. Александров П. С. Введение в теорию групп. — М.: Бюро Квантум, 2008. — 160 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 108)
3. Алфутова Н. Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ / Н. Б. Алфутова, А. В. Устинов. — М.: МЦНМО, 2005. — 320 с.

4. Балк М. Б. Геометрические приложения понятия о центре тяжести / М.Б. Балк. — М.: Физматгиз, 1959. — 230 с. — Б-ка математического кружка; вып. 9.
5. Блинков А. Д. Геометрия в негеометрических задачах. / А. Д. Блинков. — М.: МЦНМО, 2016. — 160 с.
6. Блинков А. Д. Классические средние в арифметике и геометрии. / А. Д. Блинков. — М.: МЦНМО, 2012. — 168 с.
7. Блинков Ю. А. Вписанные углы. / Ю. А. Блинков, Е. С. Горская. — М.: МЦНМО, 2017. — 168 с.
8. Блинков А. Д. Последовательности. / А. Д. Блинков. — М.: МЦНМО, 2018. — 160 с.
9. Васильев Н. Б. Задачи всесоюзных математических олимпиад. Часть 1. / Н. Б. Васильев, А. А. Егоров. — М.: Бюро Квантум, 2010. — 176 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 117)
10. Васильев Н. Б. Задачи всесоюзных математических олимпиад. Часть 2. / Н. Б. Васильев, А. А. Егоров. — М.: МЦНМО, 2011. — 128 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 119)
11. Васильев Н. Б. Заочные математические олимпиады / Н. Б. Васильев, В. Л. Гутенмахер и др. — М.: МЦНМО, 2012. — 192 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 121)
12. Васильев Н. Б. Прямые и кривые / Н. Б. Васильев, В. Л. Гутенмахер. — М.: МЦНМО, 2006. — 128 с.
13. Виленкин Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. — М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. — 400 с.
14. Виленкин Н. Я. Рассказы о множествах / Н. Я. Виленкин. — М.: МЦНМО, 2005. — 152 с.
15. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: Окружной и финальный этап / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. — М.: МЦНМО, 2007. — 472 с.
16. Гельфанд И. М. Функции и графики / И. М. Гельфанд, Е. Г. Глаголева, Э. Э. Шноль. — М.: МЦНМО, 2006. — 120 с.
17. Геометрические олимпиады им. И. Ф. Шарыгина / Сост. А. А. Заславский, В. Ю. Протасов, Д. И. Шарыгин. — М.: МЦНМО, 2007. — 152 с.
18. Геометрия. Доп. главы к школьному учебнику 9 класса. / Л. С. Атанасян и др. — М.: Просвещение, 1997. — 176 с.
19. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике / Н. В. Горбачев. — М.: МЦНМО, 2010. — 560 с.
20. Журнал «Квант», выпуски с 1970 по 2017 г.
21. Журнал «Математическое образование».
22. Задачи по математике / под ред. А. Шеня. — М.: МЦНМО, 2000. — 272 с.
23. Зарубежные математические олимпиады. / Конягин С. В., Тоноян Г. А., Шарыгин И. Ф. и др; под ред. И. Н. Сергеева. — М.: Наука, 1987. — 416 с. (Б-ка мат. кружка).
24. Заславский А. А. Геометрические преобразования. / А. А. Заславский. — М.: МЦНМО, 2003. — 84 с.

25. Зыков А. А. Основы теории графов. — М.: Наука, 1987. — 384 с.
26. Маркушевич А. И. Целые функции / А. И. Маркушевич. — М.: Наука, 1965. — 108 с.
27. Математика в задачах. Сборник выездных школ команды Москвы на Всероссийскую математическую олимпиаду / Под ред. А. А. Заславского, Д. А. Пермякова и др. — М.: МЦНМО, 2009. — 488 с.
28. Материалы Летних многопредметных школ: <http://cdoosh.ru/lmsh/archive.html>.
29. Медников Л. Э. Турнир городов: мир математики в задачах. / Л. Э. Медников, А. В. Шаповалов. — М.: МЦНМО, 2012. — 480 с.
30. Московские математические регаты / Сост. А. Д. Блинков, Е. С. Горская, В. М. Гуровиц. — М.: МЦНМО, 2007. — 360 с.
31. Московские олимпиады 1993 – 2005 г. / Р. М. Федоров и др. — М.: МЦНМО, 2006. — 456 с.
32. Петербургские математические олимпиады 1961–1993. / Под ред. Д. В. Фомина и др. — СПб.: Издательство «Лань», 2007. — 576 с.
33. Пойа Д. Математическое открытие / Д. Пойа. — М.: Наука, 1976.
34. Понарин Я. П. Аффинная и проективная геометрия / Я. П. Понарин. — М.: МЦНМО, 2009. — 288 с.
35. Понарин Я. П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах / Я. П. Понарин. — М.: МЦНМЦ, 2004. — 160 с.
36. Понарин Я. П. Элементарная геометрия: В 2 т. Том 1. Планиметрия, преобразования плоскости / Я. П. Понарин. — М.: МЦНМО, 2004. — 312 с.
37. Понарин Я. П. Элементарная геометрия: В 3 т. Том 3. Треугольники и тетраэдры / Я. П. Понарин. — М.: МЦНМО, 2009. — 192 с.
38. Прасолов В. В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу: Учебное пособие. — М.: МЦНМО, 2007. — 608 с.
39. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии / В. В. Прасолов. — М.: МЦНМО, 2007. — 640 с.
40. Прасолов В. В. Многочлены / В. В. Прасолов. — М.: МЦНМО, 2001. — 336 с.
41. Рубанов И. С. Решения и указания по проверке, оценке и разбору задач II тура математической олимпиады в Кировской области. — Киров, 1983-2016.
42. Рукшин С. Е. Математические соревнования в Ленинграде — Санкт-Петербурге. Первые пятьдесят летю — Ростов н/Д: издательский центр «МарТ», 2000. — 320 с.
43. Спивак А. В. Арифметика / А. В. Спивак. — М.: Бюро Квантум, 2007. — 160 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 102)
44. Табачников С. Л. Многочлены. / С. Л. Табачников. — М.: ФАЗИС, 2000. — 200 с.
45. Толпыго А. 130 нестандартных задач / А. Толпыго. — М.: МЦНМО, 2012. — 160 с. (Библиотечка «Квант», Вып. 124)
46. Турнир им. М. В. Ломоносова 1999-2006 гг. Задания. Решения. Комментарии / Сост. А. К. Кулыгин. — М.: МЦНМО : Факториал Пресс, 2007. — 967 с.

47. Уфнаровский В. А. Математический аквариум / В. А. Уфнаровский. — Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. — 216 с.
48. Шарыгин Г. И. Лекции по элементарной геометрии. / Г. И. Шарыгин. — М.: МЦНМО, 2014. — 216 с.
49. Шарыгин И. Ф. Сборник задач по геометрии. 5000 задач с ответами / И. Ф. Шарыгин, Р. К. Гордин. — М.: ООО «Издательство Астрель», 2001. — 400 с.
50. Элементы математики в задачах. Через олимпиады и кружки — к профессии / Под ред. А.А. Заславского и др. — М.: МЦНМО, 2018. — 592 с.
51. Яглом И. М. Выпуклые фигуры / М. И. Яглом, В. Г. Болтянский — М.: Гостехиздат, 1955. — 282 с. (Б-ка математического кружка; Вып. 4).
52. Яглом И. М. Геометрические преобразования, I. Движения и преобразования подобия / М. И. Яглом — М.: Гостехиздат, 1955. — 282 с. (Б-ка математического кружка; Вып. 7).