

Кировское областное государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного образования  
«ЦЕНТР ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ОДАРЕННЫХ ШКОЛЬНИКОВ»

Принято на заседании  
Методического совета  
КОГАОУ ДО ЦДООШ  
« 13 » августа 2020 г.



УТВЕРЖДАЮ

директор ЦДООШ  
Е. Н. Перминова

« 27 » августа 2020 г.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ПРОГРАММА ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ  
«МАТЕМАТИКА 7–11 КЛАССЫ»**

Срок реализации — 5 лет

АВТОР-СОСТАВИТЕЛЬ:  
И. С. Рубанов,  
заместитель директора по учебной работе,  
к. ф.-м. н, доцент, Заслуженный учитель РФ

## I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Направленность** данной общеобразовательной программы — естественно-научная.

**Актуальность, новизна, педагогическая целесообразность.** Многогранное развитие личности наилучшим образом реализуется именно в дополнительном образовании. При реализации данной программы дети, желающие получить дополнительное образование (сверх определяемого государственным образовательным стандартом школьного), могут сделать это в форме заочного обучения. Программа нацелена на получение дополнительных к полученным детьми в базовом компоненте в школе знаний, на помощь в профессиональном самоопределении, на реализацию себя, на осознанный выбор школьниками направления своего образования. Дети могут удовлетворять индивидуальные потребности, развивать творческий потенциал, адаптироваться в современном обществе и имеют возможность полноценной организации свободного времени.

**Цель и задачи дополнительной общеобразовательной программы.** Цель заочного обучения математике в ЦДООШ — расширение и углубление математических знаний и умений учащихся, проявляющих интерес к математике, повышение их математической и логической культуры, профориентация и подготовка к поступлению в вуз и обучению в высшей школе. Заочное обучение прививает школьнику умение самостоятельно работать с книгой, дисциплинирует и приучает к систематическому самостоятельному умственному труду. Необходимость письменно излагать решения дополнительно стимулирует рост культуры мышления и речи.

По учебному плану материал проходит концентрично, основные разделы школьного курса — арифметика, алгебра, математический анализ, планиметрия и стереометрия — переплетаются и взаимодействуют, выделяются как основные методы — аналитический, метод координат, симметрии, полной математической индукции и т.п., — так и возможности их комплексного применения к естественным и гуманитарным наукам. На каждом новом витке изучения какой-либо темы выявляются не только новые свойства математических объектов, но само рассмотрение ведется с привлечением средств из других областей математики, а ранее полученные сведения обобщаются и применяются к решению более широкого класса задач. Таким образом, постепенно углубляется представления о единстве, основанном на многообразных связях внутри математики, обеспечивается переход от частных задач к более общим; иллюстрация на ряде примеров картины математического метода как универсального, допускающего формально-логическое описание в виде дедуктивной аксиоматической теории. Так решается задача воспитания широкого математического мировоззрения, стимулируется интерес к глубокому исследованию любого затронутого вопроса, развиваются технические (аналитические) навыки, последовательно расширяется арсенал геометрических знаний и пространственных представлений, обсуждаются

идеи симметрии, преобразования, движения. Школьники знакомятся с дискретной математикой и комбинаторикой, элементами статистических и вероятностных приложений. На всех этапах обучения одна из основных целей — повышается логическая культура, расширяются возможности использования все более сложных логических конструкций; появляется "исследовательская жилка" — переход от частной (числовой) задачи к содержащей параметры, что позволяет исследовать свойства объекта в зависимости от параметров.

**Отличительные особенности данной общеобразовательной программы от уже существующих общеобразовательных программ.** Учебный материал изучается в основном по специальным пособиям и заданиям Всероссийской (ВЗМП) и Северо-Западной заочных многопредметных школ. Часть заданий разработана преподавателями ЦДОШ. Каждое пособие содержит необходимый теоретический материал, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения, часть из которых составляет материал контрольных заданий. Как правило, в пособии имеется несколько слоев информации, и ученик может выбрать тот, который ему по силам, а позже снова вернуться к этой теме и изучить ее на более высоком уровне. По содержанию пособия можно условно разделить на три группы: углубляющие и развивающие материал школьного курса ("Метод координат", "Функции и графики", "Уравнения и неравенства" и др.), готовящие к поступлению в вуз (почти все пособия последнего года обучения) и посвященные "кружковым" темам, не затронутым или мало затронутым школьным обучением ("Поучительные игры", "Элементы комбинаторики", в значительной степени — "Прямые и кривые" и др.). Задания дифференцируются по трудности, объему охватываемого материала, количеству задач и т.п.

На заочное обучение школьники зачисляются без предварительного отбора.

**Формы и режим занятий.** Обучение на математическом отделении заочное, что позволяет детям выполнять задания в свободное время, самим выбирать время и продолжительность своих занятий. Устанавливаются сроки сдачи каждой работы. Над каждым заданием рекомендуется работать 1–1,5 месяца. Все школьники обеспечиваются текстами заданий, высылаемыми по почте на домашний адрес.

**Ожидаемые результаты и способы определения их результативности.** Результатами занятий выступает повышение уровня математических знаний, развитие логической культуры, освоение дополнительных, выходящих за рамки школьного курса математики, знаний. Результаты школьников оцениваются по пятибалльной системе. По окончании обучения школьники, успешно справившиеся с Программой, т.е. выполнившие все задания на положительные отметки, получают удостоверение.

## II. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

### Первый год обучения (7 класс)

Но- мер п/п	Название темы	Учебное пособие, по которому изучается тема	Количество задач		Всего задач
			Инва- риант- ные	Вариан- тивные	
1	Четность	Спивак А.В. [13]	13	14	27
2	Проценты		16	0	16
3	Логические задачи		16	8	24
4	Текстовые задачи		16	6	22
5	Задачи про целые числа		13	6	19
6	Неравенства		18	9	27
7	Принцип Дирихле		20	10	30
8 (л)	Можно и нельзя	Можно и нельзя [11]	11	8	19
		Итого:	123	61	184

### Второй год обучения (8 класс)

Но- мер п/п	Название темы	Учебное пособие, по которому изучается тема	Количество задач		Всего задач
			Инва- риант- ные	Вариан- тивные	
9	Комбинаторика 1	Гутенмахер В.Л., Ва- сильев Н.Б. [9]	12	6	18
10	Комбинаторика 2		12	6	18
11	Делимость 1	Беккер Б.М., Гольхо- вой В.М. [1]	18	0	18
12	Делимость 2		16	0	16
13	Планиметрия 1	Гордин Р.К. [8]	10	0	10
14	Планиметрия 2		10	5	15

15	Метод координат на прямой	Гельфанд И.М. [5]	25	10	35
16	Метод координат на плоскости		25	12	37
17 (л)	Игры 1	Табачников С.Л., Тоом А.Л. [15]	12	9	21
		Итого:	140	48	188

**Третий год обучения (9 класс)**

Но- мер п/п	Название темы	Учебное пособие, по которому изучается тема	Количество задач		Всего задач
			Инва- риант- ные	Вариа- тив- ные	
18	Многочлены 1	Табачников С.Л. [14]	15	10	25
19	Многочлены 2		20	6	26
20	Планиметрия 1	Серебренникова Л.Г. [12]	15	16	31
21	Планиметрия 2		14	11	25
22	Функции и графики 1	Гельфанд И.М. [6]	14	5	19
23	Функции и графики 2		16	8	24
24	Прямые и кривые 1	Васильев Н.Б., Гу- тенмахер В.Л. [2]	11	4	15
25	Игры 2	Табачников С.Л., То- ом А.Л. [15]	8	6	14
26 (л)	Игры 3		10	8	18
		Итого:	123	74	197

**Четвертый год обучения (10 класс)**

Но- мер п/п	Название темы	Учебное пособие, по которому изуча- ется тема	Количество задач		Всего задач
			Инва- риант- ные	Вариан- тивные	
27	Уравнения и неравен- ства 1	Шандер В.Н. [17]	16	5	21
28	Уравнения и неравен- ства 2		18	9	27
29	Тригонометрия 1	Гельфанд И.М., Львовский С.М., То- ом А.Л. [7]	13	11	24
30	Тригонометрия 2		12	10	22
31	Тригонометрия 3		20	14	34
32	Прямые и кривые 2	Васильев Н.Б., Гу- тенмахер В.Л. [2]	7	5	12
33	Прямые и кривые 3		8	3	11
34	Текстовые задачи	Тоом А.Л. [16]	12	10	22
35 (л)	Игры 4	Табачников С.Л., Тоом А.Л. [15]	8	6	14
		Итого:	114	73	187

**Пятый год обучения (11 класс)**

Но- мер п/п	Название темы	Учебное пособие, по которому изу- чается тема	Количество задач		Всего задач
			Инва- риант- ные	Вариан- тивные	
36	Метод координат в геометрии	Васильев Н.Б., Гу- тенмахер В.Л., Раббот Ж.М. [3]	12	7	19
37	Квадратный трехчлен	Дорофеев Г.В. [10]	9	8	17

38	Логарифмические и показательные уравнения и неравенства	Гейдман Б.П. [4]	19	13	32
39	Стереометрия	Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. [19]	10	6	16
40	Задачи с параметрами	Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. [18]	10	5	15
41	Тренировочный вариант ЕГЭ по математике	Яценко И.В., Шестаков С.А. [20]	27	0	27
		Итого:	87	39	126

### III. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. *Четность*. Правила сложения, вычитания и умножения чётных и нечётных чисел. Чередование. Разбиение объектов на пары. Идея раскраски.

2. *Проценты*. Нахождение процента от числа, числа по его проценту. Нахождение процентного отношения двух чисел. Решение текстовых задач. Задачи на смеси и сплавы.

3. *Логические задачи*. Решение задач с помощью составления логических таблиц. Выдвижение гипотез и проверка их справедливости. Задачи, требующие упорядочения множеств и перебор вариантов.

4. *Текстовые задачи*. Решение задач арифметическим и алгебраическим способами. Задачи на движение, на работу, использование идеи относительного движения.

5. *Задачи про целые числа*. Задачи про цифры. Использование десятичной записи числа, свойства делимости. Решение уравнений в целых числах.

6. *Неравенства*. Понятие неравенства. Свойства неравенств. Действия над неравенствами. Доказательство неравенств.

7. *Принцип Дирихле*. Метод доказательства «от противного». Формулировка и доказательство простого и обобщенного принципа Дирихле. Использование принципа Дирихле при решении задач на делимость, геометрии. Принцип усреднения.

8. *Можно и нельзя*. Решение задач, содержащие вопрос: «Можно ли...?», «Существует ли...?», требующие построение примера или обоснования невозможности.

9. *Комбинаторика*. Правило сложения, правило умножения. Подсчет двумя способами. Формула «включений и исключений». Взаимно-

однозначное соответствие и разбиение на классы как способ подсчета.

10. *Делимость*. Простые и составные числа. Разложение на простые множители. Основная теорема арифметики. Делимость чисел, свойства делимости. Признаки делимости. Наибольший общий делитель, взаимно простые числа, алгоритм Евклида. Линейные уравнения с двумя переменными.

11. *Планиметрия*. Равенство треугольников. Параллельность. Сумма углов треугольника. Решение задач на построение. Замечательные линии треугольника. Метрические соотношения в треугольнике. Площадь треугольника. Четырехугольники: параллелограмм, ромб, трапеция, их свойства. Вписанные и описанные четырехугольники.

12. *Метод координат*. Координаты точки на прямой. Модуль числа, расстояние между двумя точками на прямой. Деление отрезка в данном отношении. Координаты на плоскости. Задание множеств точек на плоскости. Формула расстояния между точками на плоскости. Уравнения прямой на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Координатный метод решения планиметрических задач. Координаты в пространстве. Координаты векторов. Расстояние от точки до плоскости, между параллельными плоскостями. Нахождение угла между прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями. Применение к решению стереометрических задач.

13. *Игры*. Игры с одним участником: инварианты, расстановки цифр, графы. Игры с двумя участниками: игра Баше, игры на клетчатой доске, симметричные стратегии. Информация: вопросы и ответы, задачи на взвешивания, наименьшее число взвешиваний, количество информации.

14. *Многочлены*. Понятие многочлена, корня многочлена. Четные и нечетные многочлены. Схема Горнера. Делимость чисел и многочленов. Деление с остатком, алгоритм Евклида. Корень многочлена, теорема Безу. Разложение многочлена на множители. Свойства многочленов с целыми коэффициентами.

15. *Функции и графики*. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Способы задания функций. Четные и нечетные функции. Построение графиков функций с помощью преобразований. Приемы построения графиков на примерах простейших функций: линейная функция, квадратичная функция, дробно-линейная функция, степенные функции, рациональные функции.

16. *Прямые и кривые*. Множества точек. Геометрические места точек, Пересечение и объединение множеств. Функции на плоскости, линии уровня, экстремумы функции. Принцип касания (условный экстремум).

17. *Уравнения и неравенства*. Решение рациональных и иррациональных уравнений и неравенств, и их систем. Способы решения уравнений: разложение на множители, подстановка. Неравенства: свойства, разложение на множители, метод интервалов, подстановка, преобразования неравенств. Свойства возрастающих функций. Следствия, равносильности, типичные



ошибки при решении.

18. *Тригонометрия*. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Определение тригонометрических функций. Знаки тригонометрических функций. Простейшие формулы. Периоды тригонометрических функций. Формулы приведения. Простейшие тригонометрические уравнения. Графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Формулы сложения. Двойные, тройные и половинные углы. Решение тригонометрических уравнений различных видов: степенные относительно одной из тригонометрических функций; однородные уравнения; уравнения, решаемые разложением на множители, методом универсальной тригонометрической подстановки и др. Применение тригонометрии к геометрии. Метрические соотношения в треугольнике, теорема косинусов, теорема синусов, площадь треугольника, формулы сложения.

19. *Квадратный трехчлен*. Расположение корней квадратного трехчлена, геометрическая интерпретация. Применения свойств квадратного трехчлена при решении задач. Квадратный трехчлен и параметр.

20. *Логарифмические и показательные уравнения и неравенства*. Методы решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств, их систем. Равносильность и следование предложений. Общие методы, специальные методы решения уравнений.

21. *Стереометрия*. Примеры конкурсных задач, методы решения. Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники. Круглые тела: цилиндр, конус, шар. Касание круглых тел. Пересечение тел. Проектирование. Метод координат и векторный метод.

22. *Задачи с параметром*. Применение свойств квадратного трехчлена. Основные методы решения: использование монотонности и экстремальных свойств функций, симметрия, решение относительно параметра. Задачи с логическим содержанием.

#### IV. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Получив пособие, изучив теоретический материал и разобрав примеры, ученик выполняет контрольное задание, оформляет его и отправляет в ЦДООШ. Работу проверяет преподаватель ЦДООШ, к которому постоянно прикреплен ученик. Он комментирует на полях работы её содержание, допущенные ошибки и дает советы, помогающие ученику самостоятельно исправить их. Далее работа оценивается преподавателем, часто на неё пишется общая рецензия, а в случае, если она выполнена неудовлетворительно, ученика просят еще раз поработать над заданием и, указав, что он должен сделать, просят прислать ее на проверку снова. При этом преподаватели стараются, чтобы требование исправить работу воспринималось учащимися не как "наказание", или дополнительная работа с "отстающими", а как естественное продолжение работы над темой. (Кстати, "исправляться" могут не только незначительные работы: ученик может попробовать получить более вы-

сокую оценку). Некоторые ученики исправляют одну и ту же работу два-три раза, пока она полностью не удовлетворит преподавателя. После этого работа отсылается обратно ученику, часто с образцами решения контрольных задач. Именно в ходе исправления работ, собственно, и происходит обучение: неоднократные исправления бывают чаще на первом курсе, а потом все реже. Рост знаний особенно ощущается у сельских школьников: их поначалу совсем слабые работы к концу обучения в основном не отличаются от работ городских школьников. Таков главный результат постоянных контактов ученика с проверяющим, который не только критикует представленные учеником решения, но и указывает конкретные пути поиска верного решения.

## V. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Беккер Б.М., Гольховой В.М. Целые числа. Учебные задания для учащихся заочной математической школы при ЛГУ. — Л.: изд. ЛГУ, 1989. — 36 с.
2. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л. Прямые и кривые. — М.: МЦМНО, 2010. — 128 с.
3. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л., Раббот Ж.М. Метод координат в геометрии. Методические разработки для учащихся III курса ВЗМШ. — М.: изд. АН СССР, 1983. — 14 с.
4. Гейдман Б.П. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. Методические разработки для учащихся ВЗМШ. — М.: изд. АН СССР, 1985. — 17 с.
5. Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А. Метод координат. — М.: изд. МЦМНО, 2009 — 184 с.
6. Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Шноль Э.Э. Функции и графики. — М.: МЦМНО, 2010. — 120 с.
7. Гельфанд И.М., Львовский С.М., Тоом А.Л. Тригонометрия. — М.: МЦМНО, 2010. — 200 с.
8. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7–9 классы. — М.: МЦМНО, 2016. — 416 с.
9. Гутенмахер В.Л., Васильев Н.Б. Введение в комбинаторику. Методические разработки для учащихся ВЗМШ — М.: изд. АПН СССР, 1989. — 40 с.
10. Дорофеев Г.В. Применение свойств квадратного трехчлена к решению задач: Методические разработки для учащихся ВЗМШ. — М., изд. АПН СССР, 1987. — 23 с.
11. Можно и нельзя / сост. И С. Рубанов — Киров, 2010. — 2 с.
12. Серебренникова Л.Г. Планиметрия. Учебное пособие для учащихся ОЛ ВЗМШ. — М.: изд. ВЗМШ, 2001. — 80 с.
13. Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике: Кн. Для учащихся 5–7 кл. — М.: Просвещение, 2017. — 207 с.
14. Табачников С.Л. Многочлены. — М.: ФАЗИС, 2000. — 200 с.
15. Табачников С.Л., Тоом А.Л. Поучительные игры. Методические разработки для учащихся ВЗМШ. — М.: изд. АПН СССР, 1987. — 40 с.

16. Тоом А.Л. Текстовые задачи. Методические разработки для учащихся ВЗМШ, 1997 — 4 с.
17. Шандер В.Н. Уравнения и неравенства. Методические разработки для учащихся ВЗМШ. — М.: изд. РАО, 1992. — 68 с.
18. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Задачи с параметрами // Решение задач. Учебное пособие для 11 класса общеобразовательных учреждений. — М.: Просвещение, 1991. — 27 с.
19. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Стереометрия // Решение задач. Учебное пособие для 10 класса общеобразовательных учреждений. — М.: Просвещение, 1994. — с. 162 – 203.
20. Яценко И.В., Шестаков С.А. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2017 году. Профильный уровень. Методические указания. — М.: МЦНМО, 2017. — 240 с.